

Ryhmätaulu

Äärellinen ryhmä $(G, *)$ voidaan esittää *ryhmätauluna*. Ryhmätaulun vaaka- ja pystyrivit nimetään ryhmän alkioiden mukaisesti. Olkoot a ja b kaksi ryhmän alkioita, silloin vaakarivin a ja pystyrivin b leikkauskohtaan tulee alkio $a * b$. Ryhmän yhtälön supistussäännön perusteella jokaisella vaaka- ja pystyrivillä esiintyy jokainen ryhmän alkio tarkalleen yhden kerran. Parhaiten ryhmätaulun käsite selviää yksinkertaisella esimerkillä.

Esimerkki. Olkoon joukossa G kolme alkioita e, a ja b . Oletetaan, että alkio e käyttäytyy neutraalialkion tavoin. Kun otetaan huomioon vaatimus, että jokaisella ryhmätaulun vaaka- ja pystyrivillä esiintyy kukin alkio tarkalleen yhden kerran on vain yksi vaihtoehto järjestää alkioita tauluun ja tämä järjestys määrittelee operaation $*$ yksikäsitteisesti.

*	e	a	b
e	e	a	b
a	a	b	e
b	b	e	a

Onko saatu taulu ryhmätaulu eli muodostaako G ryhmän operaation $*$ suhteen? Ryhmän postulaattien $(G0)$, $(G2)$ ja $(G3)$ toteutuminen on helppo havaita. Operaation $*$ assosiatiivisuuden todistaminen vaatisi jo vähän työtä. Tältä työltä vältytään etsimällä jokin tunnettu kolmen alkion ryhmä, jolla on kyseinen ryhmätaulu. Tällainen ryhmä on $(\mathbb{Z}_3, +)$ eli jäännösluokkien modulo 3 muodostama additiivinen ryhmä (katso sivu Esimerkkejä ryhmistä 2).

+	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$

Linkit:

Ryhmä

Ryhmän perusominaisuuksia

Esimerkkejä ryhmistä 2