Integroivan tekijän menettely

Differentiaaliyhtälö

$$P(x,y) + Q(x,y)y' = 0$$

on eksakti, jos sen kerroinfunktioille pätee

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}.$$

Ratkaisu löydetään tällöin muodossa $F(x,y) = C$. Funktion $F(x,y)$ osittaisderivaatat ovat $P(x,y)$ ja $Q(x,y)$.

Jos yhtälö ei ole eksakti, saattaa olla mahdollista löytää funktio $M(x,y)$ siten, että tällä kerrottu alkuperäinen yhtälö

$$M(x,y)P(x,y) + M(x,y)Q(x,y)y' = 0$$

on eksakti, ts.

$$\frac{\partial}{\partial y}[M(x,y)P(x,y)] = \frac{\partial}{\partial x}[M(x,y)Q(x,y)].$$

Funktiota $M(x,y)$ kutsutaan tällöin yhtälön *integroivaksi tekijäksi*.

Ratkaisemisessa voidaan tämän jälkeen edetä kuten eksaktien yhtälöiden ratkaisemisessa.

Yleistä menettelyä integroivan tekijän löytämiseen ei kuitenkaan ole. Eksaktiusehto $\frac{\partial}{\partial y}(MP) = \frac{\partial}{\partial x}(MQ)$ on nimittäin osittaisdifferentiaaliyhtälö eikä se yleensä ole alkuperäistä yhtälöä yksinkertaisempi. Joitakin menettelytapaohjeita integroivan tekijän etsimiseen voidaan erikoistapauksissa esittää, mutta näiden merkitys on vähäinen.

Linkkejä

eksakti differentiaaliyhtälö
integroiva tekijä, esimerkki
lineaariyhtälö ja integroiva tekijä

Simo K. Kivelä 30.03.2001