

# Separoituvaan palautuvat ensimmäisen kertaluvun yhtälöt

Vaikka ensimmäisen kertaluvun differentiaaliyhtälö ei olisikaan separoituva, se on toisinaan mahdollista palauttaa separoituvaksi sopivalla sijoituksella.

1) Esimerkiksi jos yhtälö on muotoa

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right),$$

ts. oikea puoli riippuu vain osamäärästä  $y/x$ , mutta ei muulla tavoin muuttujista  $x$  ja  $y$ , voidaan ottaa käyttöön uusi tuntematon funktio  $u(x) = y(x)/x$  eli  $y(x) = xu(x)$ , jolloin  $y' = u + xu'$ . Kun tämä sijoitetaan yhtälöön, se saa muodon

$$xu' = f(u) - u \quad \text{eli} \quad \frac{1}{f(u) - u} u' = \frac{1}{x}.$$

Tämä on separoituva.

2) Toinen yksinkertainen esimerkki on muotoa

$$y' = f(ax + by + c)$$

oleva yhtälö, missä  $b \neq 0$ . Valitsemalla uudeksi tuntemattomaksi funktioksi  $u(x) = ax + by(x) + c$  saadaan  $y = (u - ax - c)/b$  ja  $y' = (u' - a)/b$ . Tällöin yhtälö saa muodon

$$u' = a + bf(u),$$

mikä on separoituva.

## Linkkejä

yhtälön muuntaminen separoituvaksi sijoituksella  $u = y/x$ , esimerkki  
yhtälön muuntaminen sijoittamalla sopiva funktio, esimerkki  
sijoitusten tekeminen