Kertaluku ja normaalimuoto

Differentiaaliyhtälön *kertaluku* määräytyy sen mukaan, mikä on korkein derivaatan kertaluku, joka yhtälössä esiintyy.

Esimerkkiyhtälöiden

$$\begin{aligned}
&y' = \cos x, \\
&y'' + 4y = 0, \\
&x^2 y'' - xy' - y = 0, \\
&y' = x^3 e^{-y}
\end{aligned}$$

kertaluvut ovat siten 1, 2, 2 ja 1.

Laplacen differentiaaliyhtälö

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$$

on toista kertalukua, koska korkeimmat esiintyvät osittaisderivaatat ovat toista kertalukua.

Tavalliset differentiaaliyhtälöt esitetään usein ns. *normaalimuodossa*, ts. korkeimman kertaluvun derivaatan suhteen ratkaistuina. Ensimmäisen kertaluvun yhtälö on normaalimuodossa

$$y' = f(x,y),$$

missä oikea puoli $f(x,y)$ on muuttujista x ja y riippuva lauseke. Toisen kertaluvun yhtälö saa vastaavasti muodon

$$y'' = f(x,y,y')$$

ja kertalukua n oleva yhtälö muodon

$$y^{(n)} = f(x,y,y',y'',\ldots,y^{(n-1)}).$$

Korkeimman kertaluvun derivaatan suhteen ratkaiseminen ei luonnollisesti ole aina algebrallisesti mahdollista.

Normaalimuodossa on oleellista, että korkeimman kertaluvun derivaatan kerroin on $= 1$. Epäoleellista sen sijaan on, millä puolella yhtäläisyysmerkkiä termit sijaitsevat. Siten esimerkiksi muotoa $y' - f(x,y) = 0$ voidaan aivan hyvin kutsua normaalimuodoksi.

Linkkejä

differentiaaliyhtälö

Simo K. Kivelä 26.03.2001