Adamsin – Bashforthin menetelmän johto

Integroimalla differentiaaliyhtälö $y' = f(x, y)$ puolittain välin $[x_k, x_{k+1}]$ yli saadaan

$$y(x_{k+1}) - y(x_k) = \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y(x))\, dx.$$

Adamsin – Bashforthin menetelmässä integraalille lasketaan approksimaatio korvaamalla funktio $f(x, y(x))$ kolmannen asteen interpolaatiopolynomilla. Tämän tukipisteinä (so. pisteinä, joiden kautta polynomin kuvaaja kulkee) ovat neljä edellistä jo laskettua pistettä $(x_j, f(x_j, y_j))$, $j = k-3, k-2, k-1, k$.

```
tukipisteet = {x_k - 3 h, x_k - 2 h, x_k - h, x_k}
```

$$\{-3\,h + x_k,\ -2\,h + x_k,\ -h + x_k,\ x_k\}$$

```
funktionarvot = {f_{k-3}, f_{k-2}, f_{k-1}, f_k}
```

$$\{f_{-3+k},\ f_{-2+k},\ f_{-1+k},\ f_k\}$$

Interpolaatiopolynomin muodostamisessa tarvittavat pisteet ovat

```
interpolaatiodata = Transpose[{tukipisteet, funktionarvot}]
```

$$\{\{-3\,h + x_k, f_{-3+k}\}, \{-2\,h + x_k, f_{-2+k}\}, \{-h + x_k, f_{-1+k}\}, \{x_k, f_k\}\}$$

Interpolaatiopolynomi saadaan yhdellä komennolla (muuttujana t):

```
p = InterpolatingPolynomial[interpolaatiodata, t] // Expand
```

$$-\frac{t\,f_{-3+k}}{3\,h} - \frac{t^2 f_{-3+k}}{2\,h^2} - \frac{t^3 f_{-3+k}}{6\,h^3} + \frac{3\,t\,f_{-2+k}}{2\,h} + \frac{2\,t^2 f_{-2+k}}{h^2} + \frac{t^3 f_{-2+k}}{2\,h^3} - \frac{3\,t\,f_{-1+k}}{h} -$$
$$\frac{5\,t^2 f_{-1+k}}{2\,h^2} - \frac{t^3 f_{-1+k}}{2\,h^3} + f_k + \frac{11\,t\,f_k}{6\,h} + \frac{t^2 f_k}{h^2} + \frac{t^3 f_k}{6\,h^3} + \frac{f_{-3+k}\,x_k}{3\,h} + \frac{t\,f_{-3+k}\,x_k}{h^2} + \frac{t^2 f_{-3+k}\,x_k}{2\,h^3} -$$
$$\frac{3\,f_{-2+k}\,x_k}{2\,h} - \frac{4\,t\,f_{-2+k}\,x_k}{h^2} - \frac{3\,t^2 f_{-2+k}\,x_k}{2\,h^3} + \frac{3\,f_{-1+k}\,x_k}{h} + \frac{5\,t\,f_{-1+k}\,x_k}{h^2} + \frac{3\,t^2 f_{-1+k}\,x_k}{2\,h^3} -$$
$$\frac{11\,f_k\,x_k}{6\,h} - \frac{2\,t\,f_k\,x_k}{h^2} - \frac{t^2 f_k\,x_k}{2\,h^3} - \frac{f_{-3+k}\,x_k^2}{2\,h^2} - \frac{t\,f_{-3+k}\,x_k^2}{2\,h^3} + \frac{2\,f_{-2+k}\,x_k^2}{h^2} + \frac{3\,t\,f_{-2+k}\,x_k^2}{2\,h^3} -$$
$$\frac{5\,f_{-1+k}\,x_k^2}{2\,h^2} - \frac{3\,t\,f_{-1+k}\,x_k^2}{2\,h^3} + \frac{f_k\,x_k^2}{h^2} + \frac{t\,f_k\,x_k^2}{2\,h^3} + \frac{f_{-3+k}\,x_k^3}{6\,h^3} - \frac{f_{-2+k}\,x_k^3}{2\,h^3} + \frac{f_{-1+k}\,x_k^3}{2\,h^3} - \frac{f_k\,x_k^3}{6\,h^3}$$

Integraalin approksimaatio saadaan integroimalla polynomi:

```
integraali = Integrate[p, {t, x_k, x_k + h}] // Simplify
```

$$\frac{1}{24}\,h\,(-9\,f_{-3+k} + 37\,f_{-2+k} - 59\,f_{-1+k} + 55\,f_k)$$

Linkit

Adamsin–Bashforthin menetelmä

SKK 30.04.2001