Adamsin – Bashforthin menetelmän johto

Integroimalla differentiaaliyhtälö $y' = \mathrm{f}(x, y)$ puolittain välin $[x_k, x_{k+1}]$ yli saadaan

$$\mathrm{y}(x_{k+1}) - \mathrm{y}(x_k) = \int_{x_k}^{x_{k+1}} \mathrm{f}(x, \mathrm{y}(x))\, dx.$$

Adamsin – Bashforthin menetelmässä integraalille lasketaan approksimaatio korvaamalla funktio $\mathrm{f}(x, y(x))$ kolmannen asteen interpolaatiopolynomilla. Tämän tukipisteinä (so. pisteinä, joiden kautta polynomin kuvaaja kulkee) ovat neljä edellistä jo laskettua pistettä $(x_j, \mathrm{f}(x_j, y_j))$, $j = k - 3, k - 2, k - 1, k$.

```
> tukipisteet:= x[k]-3*h, x[k]-2*h, x[k]-h, x[k];
```

$$tukipisteet := x_k - 3\,h,\ x_k - 2\,h,\ x_k - h,\ x_k$$

```
> funktionarvot:= f[k-3], f[k-2], f[k-1], f[k];
```

$$funktionarvot := f_{k-3},\ f_{k-2},\ f_{k-1},\ f_k$$

Interpolaatiopolynomi (muuttujana t) saadaan **`interp`**-komennolla, joka löytyy **`linalg`** -paketista:

```
> with(linalg):
> p:= interp([tukipisteet], [funktionarvot], t):
  expand(%);
```

$$f_k + \frac{3}{2}\frac{t^2 f_{k-1} x_k}{h^3} + \frac{1}{6}\frac{t^3 f_k}{h^3} - \frac{1}{2}\frac{t^3 f_{k-1}}{h^3} + \frac{1}{2}\frac{t^3 f_{k-2}}{h^3} - \frac{1}{6}\frac{t^3 f_{k-3}}{h^3} + \frac{2\,t^2 f_{k-2}}{h^2} + \frac{t^2 f_k}{h^2} - \frac{1}{2}\frac{t^2 f_{k-3}}{h^2}$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{t^2 f_{k-3} x_k}{h^3} - \frac{1}{2}\frac{t^2 f_k x_k}{h^3} - \frac{3}{2}\frac{t^2 f_{k-2} x_k}{h^3} - \frac{3\,t f_{k-1}}{h} - \frac{11}{6}\frac{f_k x_k}{h} + \frac{2 f_{k-2} x_k^2}{h^2} - \frac{3}{2}\frac{f_{k-2} x_k}{h} + \frac{f_k x_k^2}{h^2}$$
$$- \frac{1}{6}\frac{f_k x_k^3}{h^3} - \frac{5}{2}\frac{f_{k-1} x_k^2}{h^2} + \frac{3 f_{k-1} x_k}{h} + \frac{1}{6}\frac{f_{k-3} x_k^3}{h^3} - \frac{1}{2}\frac{f_{k-2} x_k^3}{h^3} + \frac{1}{2}\frac{f_{k-1} x_k^3}{h^3} + \frac{1}{3}\frac{f_{k-3} x_k}{h}$$
$$- \frac{1}{2}\frac{f_{k-3} x_k^2}{h^2} + \frac{3}{2}\frac{t f_{k-2} x_k^2}{h^3} + \frac{5\,t f_{k-1} x_k}{h^2} - \frac{3}{2}\frac{t f_{k-1} x_k^2}{h^3} + \frac{1}{2}\frac{t f_k x_k^2}{h^3} - \frac{2\,t f_k x_k}{h^2} - \frac{1}{2}\frac{t f_{k-3} x_k^2}{h^3}$$
$$+ \frac{t f_{k-3} x_k}{h^2} - \frac{4\,t f_{k-2} x_k}{h^2} - \frac{5}{2}\frac{t^2 f_{k-1}}{h^2} + \frac{3}{2}\frac{t f_{k-2}}{h} - \frac{1}{3}\frac{t f_{k-3}}{h} + \frac{11}{6}\frac{t f_k}{h}$$

Integraalin approksimaatio saadaan integroimalla polynomi:

```
> integraali:= int(p, t=x[k]..x[k]+h):
  simplify(%);
```

$$-\frac{1}{24}\,h\,(9\,f_{k-3}-55\,f_k+59\,f_{k-1}-37\,f_{k-2})$$

>

Linkit

Adamsin–Bashforthin menetelmä

SKK & MS 31.05.2001