

Trigonometriset funktiot

Trigonometrisia funktioita on kaikkiaan kuusi: sini, kosini, tangentti, kotangentti, sekantti ja kosekantti. Tavallisesti käytetään lyhenteitä sin, cos, tan, cot, sec ja csc. Etutavu 'ko' tarkoittaa komplementtikulmaan kohdistettua funktiota:

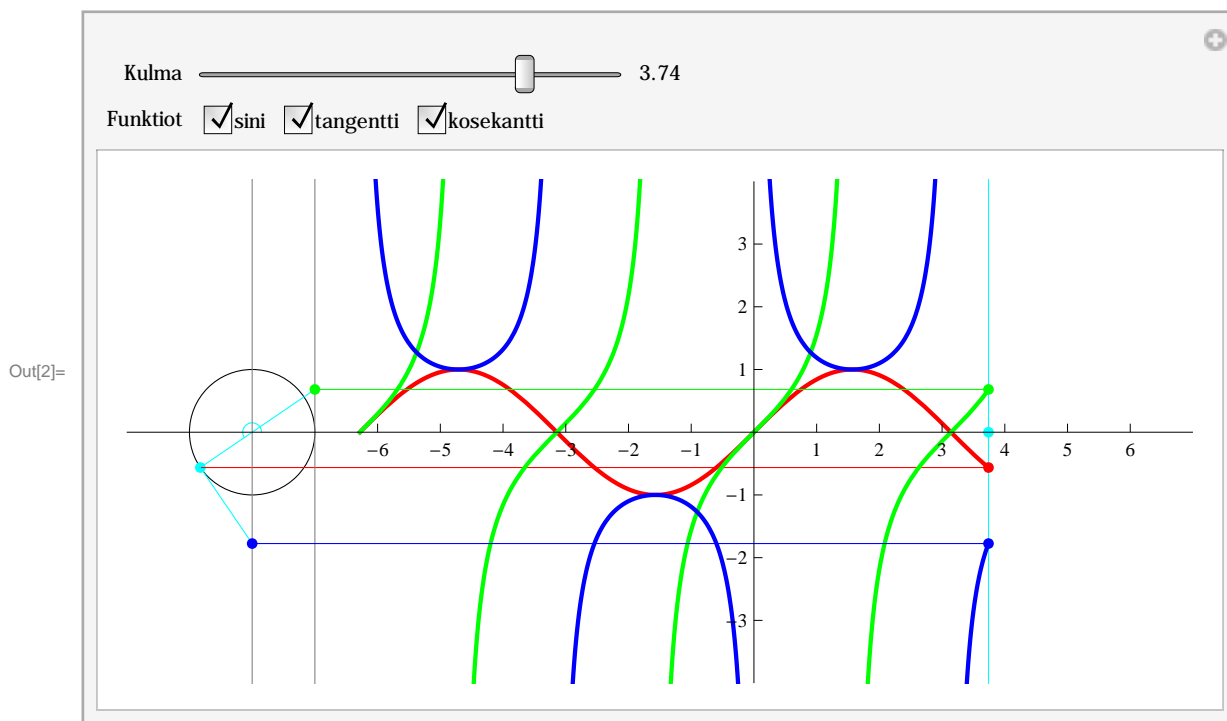
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x), \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot(x), \quad \sec\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \csc(x).$$

Muitakin yksinkertaisia yhteyksiä funktioiden välillä on:

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}, \quad \csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}, \quad \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}, \quad \cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}.$$

Trigonometriset funktiot voidaan määrittellä useilla tavoilla. Analyysin — differentiaali- ja integraalilaskennan — tarkoituksiin on luontevinta käyttää sarjakehitelmää sinille ja kosinille, minkä jälkeen muihin funktioihin päästään em. yhteyksillä.

Vaihtoehtona on geometrinen määrittely origokeskiseen yksikköympyrään pohjautuen. Alla oleva esitys näyttää, miten funktioiden kuvaajat syntyvät tämän määrittelyn pohjalta. Siirtämällä liukusäädintä voidaan muuttaa funktion argumenttina olevaa kulmaa, ja kuvaaja piirtyy tällöin kuvion vasemmasta laidasta tähän argumentin arvoon saakka. Tarvittavat konstruktiiviivat ovat näkyvissä. Tarkasteluun voidaan valita yksi tai useampi funktioista sini, tangentti ja kosekantti.



■ Tehtäviä

- 1) Millaisella geometrisella konstruktiolla tulisi piirtää puuttuvien funktioiden cos, cot ja sec kuvaajat? (Aivan yhtä selkeään tapaan ei päästä. Komplementtikulmaan perustuvaa esitystä on mahdollista käyttää.)
- 2) Mistä voisivat nimitykset *tangentti* ja *sekantti* johtua?

- 3) Missä pisteissä, ts. millä argumentin arvoilla funktiot eivät ole määriteltyjä? Tarkastele erikseen jokaista kaikkiaan kuudesta funktiosta.
- 4) Perustele väite, että kaikki trigonometriset funktiot ovat määrittelyjoukossaan jatkuvia. Mitä voitaisiin tarkoittaa puhuttaessa esimerkiksi tangentin epäjatkuvuus pisteistä?