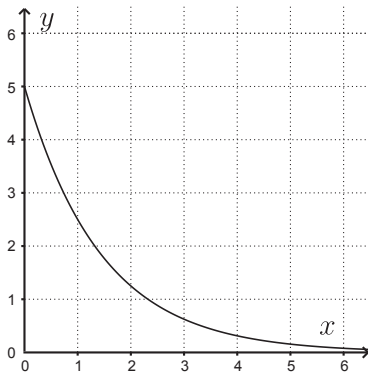
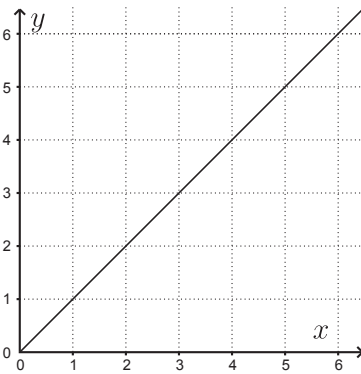
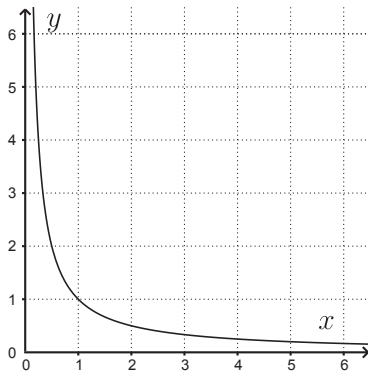


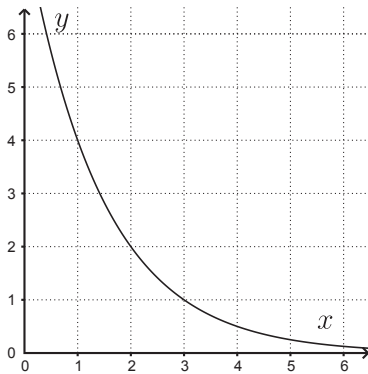
2. Alla on viisi väittämää sekä kuusi kuviota. Kirjoita jokaisen kuvion alapuolella olevaan ruutuun sen väittämän kirjain, joka pätee kyseisen kuvion tapauksessa. Yksi kirjaimista tulee kahteen eri ruutuun. Vastauksia ei tarvitse perustella.

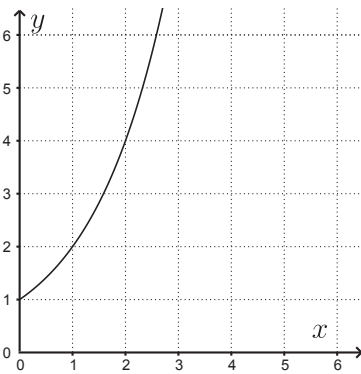
- (A) y on suoraan verrannollinen muuttujaan x .
 (B) y on kääntäen verrannollinen muuttujaan x .
 (C) y kaksinkertaistuu aina, kun muuttuja x kasvaa yhdellä.
 (D) y puolittuu aina, kun x kasvaa yhdellä.
 (E) y on suoraan verrannollinen muuttujan x neliöön.

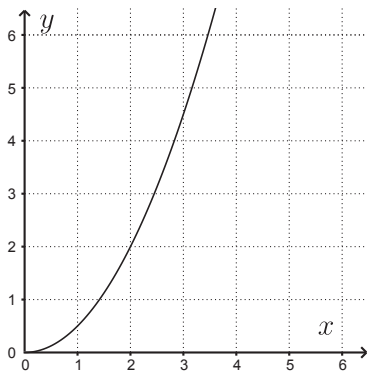








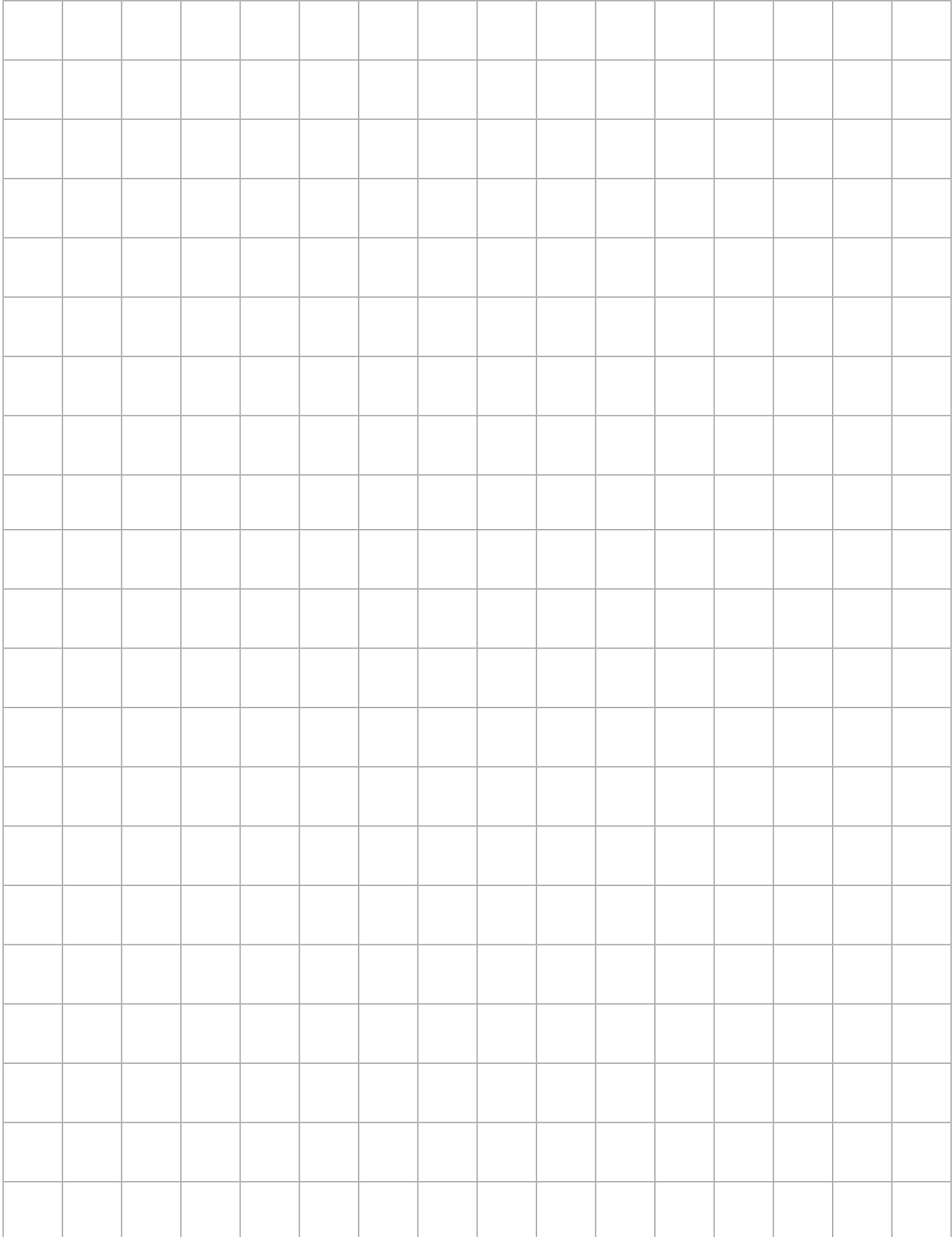




3. Olkoot $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ ja $\bar{b} = 2\bar{i} + 5\bar{k}$. Millä parametrin $-2 \leq t \leq 2$ arvolla vektorin $\bar{c}_t = t\bar{a} + (1-t)\bar{b}$ pituus on mahdollisimman pieni?



4. Logaritmi voidaan määritellä erilaisilla kantaluvuilla. Määritelmän mukaan $\log_a x = b$, jos $x = a^b$. Tälle a -kantiselle logaritmille pätee kaava $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.
- a) Olkoot $x > 0$ ja $y > 0$. Ratkaise y yhtälöstä $\log_4 y = \log_2 x$.
- b) Suorat $x = 2$, $x = 3$ ja $y = 0$ rajaavat yhdessä a -kohdan käyrän kanssa erään tasokuvion. Hahmottele tämä kuvio ja laske sen pinta-ala.




B-osa

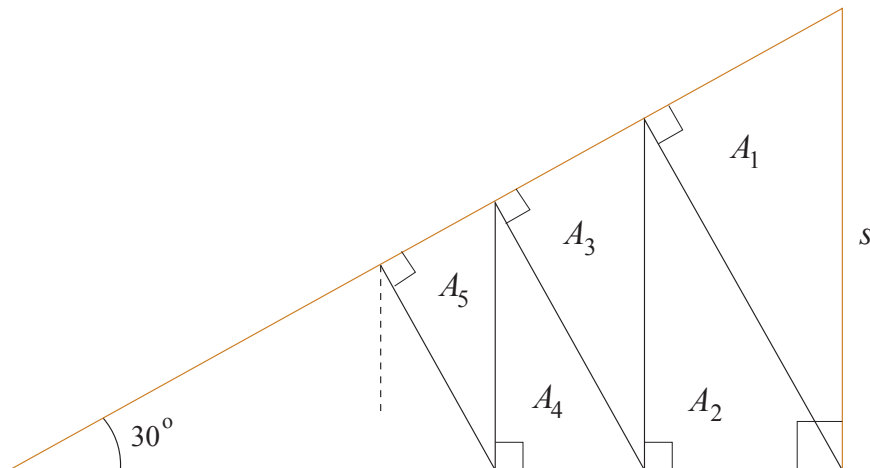
B-osan tehtävät arvostellaan pistein 0–6. Jos teet tehtävän 5, kirjoita sen ratkaisu kokoarkille. Muussa tapauksessa kirjoita kokoarkille vain nimitietosi. Muiden tehtävien ratkaisut kirjoitetaan jokainen omalle puoliarkille. Puoliarkit kootaan kokoarkin sisään. Apuvälineinä saat käyttää taulukkokirjaa ja laskinta. Laskimen saat kuitenkin haltuusi vasta sitten, kun olet palauttanut A-osan tehtävävihkosi. Sekä B1- että B2-osassa ratkaistaan kolme tehtävää.

B1-osa Ratkaise kolme tehtävistä 5–9.

5. Tarkastellaan funktiota $f(x) = |x - 1| + 1$.

- a) Funktion lauseke voidaan sieventää välillä $0 \leq x \leq 1$ niin, ettei siinä esiinny itseisarvoa. Mikä on tämä sievennetty lauseke? (2 p.)
- b) Funktion f kuvaaja pyörähtää x -akselin ympäri välillä $0 \leq x \leq 2$. Laske näin muodostuvan pyörähdyskappaleen tilavuus. (4 p.)

6. Suorakulmaisen kolmion muotoisesta suklaalevystä lohkotaan alla olevan kuvion mukaisesti n kappaletta yhdenmuotoisia paloja, joiden pinta-alat ovat $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$. Kuinka monta palaa suklaasta täytyy lohkaista, jotta palojen yhteenlasketut pinta-alat muodostavat vähintään 97 % suklaalevyn alkuperäisestä pinta-alasta?



7. Suunnittele sellainen suoran lieriön muotoinen juomalasi, jonka pohjan paksuus on 5,0 mm, seinämän paksuus 2,0 mm, vetoisuus 2,0 dl ja jonka valmistamiseen tarvitaan mahdollisimman vähän lasia. Ilmoita lasin korkeus ja ulkopuolelta mitattu pohjan halkaisija.



Lähde: <<https://www.prisma.fi/>>. Luettu 8.4.2016.

8. Tehtävänä on määrittää se yhtälön

$$4x^3 + 18x^2 + 23x + 7 = 0$$

ratkaisu, joka on lähimpänä kohtaa $x = -1$. Valitse alkuarvo (esimerkiksi kuvaajan perusteella) ja laske Newtonin menetelmällä tämän ratkaisun likiarvo neljän desimaalin tarkkuudella.

9. Oletetaan, että p , q ja r ovat positiivisia kokonaislukuja. Osoita, että luku

$$(p + q)(q + r)(r + p)$$

on parillinen.

B2-osa Ratkaise kolme tehtävistä 10–13.

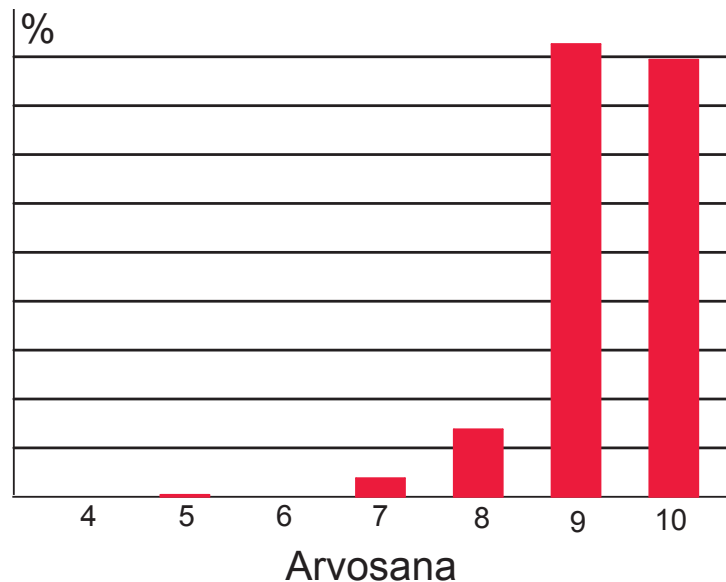
10. Tiedetään, että $h(x) = g(f(x))$, $f(x) = e^x$ ja $g(x) = 2x^2 + 1$. Elmeri ja Uolevi laskevat derivaatan $h'(x)$ seuraavalla tavalla:

| Elmerin ratkaisu: | Uolevin ratkaisu: |
|---------------------------------|--|
| $f(x) = e^x$ | $h(x) = g(f(x)) = 2(e^x)^2 + 1 = 2e^{x^2} + 1$ |
| $g'(x) = 4x$ | $h'(x) = 2e^{x^2} \cdot (2x)$ |
| joten $h'(x) = g'(f(x)) = 4e^x$ | joten $h'(x) = 4xe^{x^2}$ |

Mari saa laskimella vastaukseksi $4e^{2x}$. Kenen vastaus on oikein? Etsi väärin ratkaisujen virheet ja esitä korjatut ratkaisut.

11. Arkikielessä keskimääräisyyteen liittyvät käsitteet keskiarvo ja mediaani menevät usein sekaisin. Tässä tehtävässä "keskimääräisellä" tarkoitetaan keskiarvoa.

- a) Valtion liikenneturvallisuuslaitos pyysi taksinkuljettajia arvioimaan ajotaitoaan kouluarvosanoin 4–10. Vastaukset tuhannelta kuljettajalta näkyvät oheisessa pylväsdiagrammissa, joka perustuu kiireisen toimittajan hätäisiin muistiinpanoihin. Arvioi kuvion perusteella arvosanan neljäsosan tarkkuudella, mikä oli tutkimuksen mukaan keskimääräisen kuljettajan ajotaidon arvosana.



- b) Sama kysely tehtiin tuhannelle tavalliselle autoilijalle. Anna perusteltu esimerkki sellaisesta jakaumasta (mahdollisesta tuloksesta), jossa vähintään 80 % vastaajista arvioi olevansa keskimääräistä parempia kuljettajia.

12. Neliöiden N_1 , N_2 ja N_3 pinta-alojen suhde on $9 : 2 : 11$. Kolmion K yhtenä sivuna on neliön N_1 sivu, toisena sivuna neliön N_2 sivu ja kolmantena sivuna neliön N_3 sivu. Laske kolmion K ja neliön N_2 pinta-alojen suhteen tarkka arvo.

13. Tarkastellaan funktiota $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \neq 0$, jonka kuvaaja on alla.

a) Etsi sellainen jono (a_1, a_2, a_3, \dots) positiivisia reaalilukuja, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 0.$$

b) Olkoon $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$. Etsi sellainen jono (a_1, a_2, a_3, \dots) positiivisia reaalilukuja, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \text{ ja } \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = \sin(t).$$

