



Tehtävissä 5, 6, 7, 9 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Ratkaise x yhtälöstä $\frac{ax+b}{cx+d} = 3$, kun
 $1^\circ a = 2, b = -3, c = 0, d = -5, \quad 2^\circ a = 1, b = 2, c = 4, d = 5.$
2. Oppilas on saanut matematiikan kursseista arvosanat 9, 8, 6, 4, 5 ja 9. Määritä arvosanojen keskiarvo ja mediaani. Oppilas osallistuu vielä yhteen syventävään kurssiin. Millaisiksi em. tunnusluvut tällöin enintään voivat parantua?
3. Aikakauslehden tilaushinta on 558 mk, ja se on maksettava viimeistään 15.4.1999. Toisena vaihtoehtona on maksaa viimeistään 15.1.1999, jolloin saa 15 markan alennuksen. Mitä vuotuista korkoprosenttia on sovellettava, jotta maksutavat olisivat yhtä edulliset? Jos korkoprosentti on tätä pienempi, kumpi tapa on tilaajalle edullisempi?
4. Painoindeksi on yleisesti käytetty lihavuuden mittari. Se lasketaan jakamalla paino (kilogrammoina) pituuden (metreinä) neliöllä. Ihannepainoisen ihmisen painoindeksin tulisi olla välillä 20 – 25. Kuinka monta kiloa 183 cm:n pituisen ja 91 kg:n painoisen henkilön tulisi laihduttaa, jotta hän olisi ihannepainoinen? Paljonko hänen on laihdutettava, jotta hän olisi alle ihannepainon?
5. a) Tutki, milloin funktio $f(x) = 7x^3 + x^2 - 40x + 36$ on kasvava ja milloin vähenevä. Piirrä funktion kuvaaja.
b) Itä-länsi-suuntaista neljän metrin korkuista tasalevyistä kuusiaitaa halutaan leikata matalammaksi siten, että keskipäivän aurinko paistaa varjon puolella metriä lähemmäksi aitaa kuin aikaisemmin. Kuinka paljon aitaa pitää madaltaa, kun aurinko on keskipäivällä etelässä 53 asteen korkeudella?
6. a) Sähköyhtiö tarjoaa kesämökkiläisen valittavaksi sähköntoimitusta Kotisähkö 1- tai Kotisähkö 2 -tariffin mukaisesti. Edellisessä on perusmaksu 62,50 mk/kk, jälkimmäisessä 57,50 mk/kk. Sähkön hinnat ovat vastaavasti 35,6 p/kWh ja 37,5 p/kWh. Kummassakin tapauksessa tulee lisäksi sähkövero 5,0935 p/kWh. Hinnat sisältävät 22 prosentin arvonlisäveron. Mikä tulee vuotuisen kulutuksen olla, jotta tariffit olisivat yhtä edulliset? Miten suuri on tällöin vuotuinen sähkölasku? Missä rajoissa tulee vuosikulutuksen olla, jotta tariffien mukaiset vuotuiset sähkölaskut poikkeaisivat toisistaan vähemmän kuin 100 mk?
b) Yhdestä grammasta kultaa voidaan vetää 2,5 km kultalankaa. Mikä on tällöin poikkileikkaukseltaan ympyränmuotoisen langan halkaisija? Mikä on kultalangon pituus, jos halkaisija on 0,10 mm? Kullan tiheys on $19,3 \text{ kg/dm}^3$.

7. a) Pallonmuotoisia ja tasakokoisia appelsiineja pakataan kuutionmuotoiseen laatikkoon: riviin peräkkäin, yhtä pitkiä rivejä rinnakkain, samanlaisia kerroksia päällekkäin. Hedelmät asetetaan kohdakkain, ei lomittain. Laatikko on mitoitettu siten, että hedelmät eivät pääse liikkumaan. Samanlaiseen laatikkoon pakataan samalla tavoin pallonmuotoisia tasakokoisia mandariineja, joiden halkaisija on täsmälleen puolet appelsiinien halkaisijasta. Kuinka monta prosenttia enemmän — kappalemääräisesti laskettuna — mandariineja mahtuu laatikkoon kuin appelsiineja? Kumpaan laatikkoon jää enemmän tyhjää tilaa? Kuinka monta prosenttia enemmän?
- b) Kymmenen kilometrin valtatieosuudelle pystytetään valaisinpylväät 50 metrin välein. Urakoitsija hakee autolla kolme pylvästä kerrallaan varastosta, kuljettaa pylväät oikeille paikoille ja lähtee hakemaan seuraavaa erää. Varasto sijaitsee saman tien varressa kaksi kilometriä ennen valaistavan osuuden alkua. Työ alkaa varastolta ja päättyy sinne. Kuinka pitkän matkan urakoitsija joutuu siirtotyössä vähintään ajamaan?
8. Rännin alla olevan ympyrälieriön muotoisen sadevesiastian pohjan halkaisija on 52 cm ja korkeus 76 cm. Tiedetään, että 1 mm:n sade tuo astiaan 28 litraa vettä. Paikkakunnalla on kuukauden sademäärien keskiarvo 42 mm ja keskihajonta 39 mm. Millä todennäköisyydellä astia täyttyy kuukauden aikana, kun haihtumista ei oteta huomioon? Oletetaan, että sademäärä noudattaa normaalijakaumaa.
9. a) Onnettomuuden seurauksena tehdas saastutti puhdasvetistä lampea niin, että veden saastepitoisuudeksi tuli 20 ppm (ppm = miljoonasosa). Lammen vesi vaihtuu heikon virtauksen vuoksi hyvin hitaasti: vuosittain vain 2 % sen vedestä korvautuu puhtaalla vedellä. Kuinka monen vuoden kuluttua vesi on jälleen uimakelpoista, kun vaatimuksena on, että saastepitoisuus alittaa 2 ppm?
- b) Muodosta funktio, joka esittää paraabelilla $y = x^2$ olevan pisteen etäisyyttä pisteestä $P = (3, 1)$; valitse muuttujaksi paraabelin pisteen x -koordinaatti. Määritä lähinnä pistettä P oleva paraabelin piste Q etsimällä etäisyyden — tai yhtä hyvin sen neliön — pienin arvo. Käytä derivaatan nollakohdan määrittämisessä haarukointia tai graafista menettelyä. Laske pisteen Q koordinaatit yhden desimaalin tarkkuudella.
10. a) Usein puhutaan virheellisesti *keskiverrosta*, kun tarkoitetaan *keskiarvoa*. Kahden positiivisen luvun keskiverto määritellään matematiikassa kuitenkin lukujen tulon neliöjuureksi. Tutki kokeilemalla kahden positiivisen luvun x ja y keskiarvon ja keskiverron keskinäistä suuruutta ja erityisesti, milloin nämä ovat yhtä suuret. Esitä tutkimuksesi tulos sekä sanallisesti että epäyhtälönä. Todista esittämäsi epäyhtälö oikeaksi käyttämällä hyväksi esimerkiksi binomin neliötä.
- b) Koulu hankkii 45 neliömetrin tietokoneluokkaan koneita enintään 315 000 markalla. Pöytäkone maksaa 11 500 mk, ja sen käyttöön tarvitaan tilaa 2,5 neliometriä. Kannettava malli maksaa 17 000 mk, mutta sitä voidaan käyttää 1,5 neliömetrin tilassa. Kuinka monta kappaletta kumpaakin laitetyyppiä tulee hankkia, jotta koneita saataisiin mahdollisimman monta?