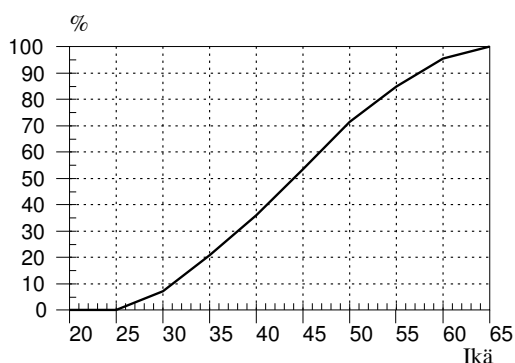




Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään.

1. Olkoon  $f(x) = x^2 - 3,1x - 1,4$ . Laske funktion  $f$  nollakohdat ja tutki, millä välillä se saa negatiivisia arvoja.
2. Esitä luvut  $a = 260\,000\,000\,000$ ,  $b = 7\,800\,000\,000\,000$  ja  $c = 39\,000\,000\,000\,000$  kymmenen potenssien avulla ja laske esityksiä käyttäen lausekkeiden  $\frac{a+b+c}{a}$  ja  $\frac{ab}{c}$  arvot.
3. Kuvion summafrekvenssikuvaaja esittää ammatissa toimivien lääkäreiden ikäjakaumaa vuonna 2001. (Lähde: Terveydenhuollon ammattihenkilöt 31.12.2001, Stakes 5/2002.)



Arvioi kuvaajan perusteella

- a) lääkäreiden mediaani-ikä,
  - b) ikä, jonka 25 % lääkärikunnasta alitti,
  - c) ikä, jonka 25 % lääkärikunnasta ylitti,
  - d) kuinka monta prosenttia lääkärikunnasta oli 40 vuotta täyttäneitä,
  - e) kuinka monta prosenttia enemmän oli alle 35-vuotiaita lääkäreitä kuin 55 vuotta täyttäneitä.
4. Lukion juhlasalissa, johon mahtuu 260 henkilöä, järjestetään esitelmätilaisuus. Rehtori kutsuu tilaisuuteen asiasta kiinnostuneita oppilaiden vanhempia sekä muita henkilöitä. Kokemuksesta hän tietää, että vanhemmista saapuu paikalle 65 % ja muista henkilöistä 45 %. Rehtori haluaa, että tulijoita olisi juuri salin kapasiteetin verran ja että kolme neljäsosaa läsnäolijoista olisi oppilaiden vanhempia. Kuinka monelle vanhemmalle ja kuinka monelle muulle henkilölle kutsu on lähetettävä?
  5. Kaksi 14 mm paksua lautaa liitetään päällekkäin yhteen 30 mm pitkällä naulalla. Naulan tulee jäädä koko pituudeltaan lautojen sisään, joten naula lyödään hieman vinoon. Mikä on naulan a) pienin, b) suurin mahdollinen kaltevuuskulma, kun naulan tulee ylittää alempaan lautaan vähintään 8 mm:n syvyyteen mutta ei kuitenkaan laudan läpi? Vastaukset asteen tarkkuudella.
  6. Muodosta geometrisen jonon  $\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, \dots$   $n$ :n ensimmäisen termin summa. Ratkaise summalauseketta käyttäen, mistä  $n$ :n arvosta alkaen summa ylittää miljoonan.
  7. Metsänomistaja teetti metsätöitä urakoitsijalla ja sopi alustavasti työn hinnaksi kuitupuun osalta 14 €/m<sup>3</sup> ja tukkipuun osalta 9,2 €/m<sup>3</sup>. Kuitupuuta kertyi 156 m<sup>3</sup> ja tukkipuuta 89,4 m<sup>3</sup>. Alustaviin hintoihin ei sisällynyt kuitenkaan arvonlisäveroa, vaikka metsänomistaja oli näin ymmärtänyt. Keskustelujen jälkeen osapuolet päätyivät sopimukseen, jonka mukaan urakoitsija alentaa ilmoittamiaan verottomia hintoja siten, että koko urakan osalta metsänomistajalle koitua lisämaksu tulee yhtä suureksi kuin urakoitsijan antama alennus. Kuinka paljon metsänomistaja maksoi teettämästään työstä arvonlisäveroineen? Arvonlisäveron suuruus on 22 % työn verottomasta hinnasta.

KÄÄNNÄ!

8. Strutsien kasvattaja haluaa tilapäisesti vuokrata eläinten jaloitteluun peltoa. Pellostä pyydetään vuokraa 128 € hehtaarilta. Alue tulee lisäksi aidata, ja aitakustannukset ovat 0,20 € aitametрилtä. Strutsifarmari on varannut tarkoitukseen 550 euroa. Kuinka suuren aidalla ympäröidävän neliömuotoisen peltoalan hän pystyy vuokraamaan?
9. Tyynessä järvessä uiva kesälomailija on tarkkaillut veden pintaa ja väittää näkevänsä maapallon kaareutumisen järven pinnan kohoumana. Oletetaan, että kaareutuminen on mahdollista havaita veden pinnasta, jos pinta on uimarista vastakkaiselle rannalle ulottuvan suoran linjan keskikohdalla vähintään 20 cm linjaa ylempänä. Kuinka kaukana uimarista vastarannan on silloin vähintään oltava? Maapallon ympärysmitta on 40 000 km.
10. Osoita, että funktioilla  $f(x) = -4x^3$  ja  $g(x) = x^3 + x$  ei ole ääriarvoja, mutta summafunktiolla  $h(x) = f(x) + g(x)$  on. Mitkä ovat nämä ääriarvot?
11. Kaksi kaksinumeroista positiivista kokonaislukua, joiden kymmenten määrä on sama ja ykkösiä edustavien numeroiden summa on 10, voidaan helposti kertoa keskenään päässä-laskuna seuraavasti: Kerro ykköset keskenään. Jos tulos on yksinumeroinen, aseta nolla eteen. Kerro sitten yhteisellä kymmenten määrällä  $k$  yhtä suurempi luku  $k + 1$  ja aseta tulos edellisten eteen. Saatu luku on alkuperäisten lukujen tulo. Esimerkiksi

$$25 \cdot 25 = 2 \cdot 3 \cdot 100 + 5 \cdot 5 = 625,$$

$$31 \cdot 39 = 3 \cdot 4 \cdot 100 + 1 \cdot 9 = 1209.$$

Osoita, että tämä sääntö on voimassa yleisesti. (Opastus: Kaksinumeroinen luku voidaan esittää yleisesti muodossa  $10k + y$ , jossa kymmenten määrä on  $k$  ja ykkösten määrä  $y$ .)

12. Lääkeaineen pitoisuus puoliintuu elimistössä yksilöllisesti vaihdellen 15–18 tunnissa. Lääkityksen päätyttyä aineen voidaan katsoa poistuvan elimistöstä ajassa, joka on viisi kertaa puoliintumisaika. Kuinka monta prosenttia lääkeainetta on tuolloin kuitenkin vielä jäljellä? Kuinka monta tuntia lääkityksen jälkeen on odotettava, jotta 99 % lääkeaineesta on poistunut elimistöstä?
13. Ympyrä määritellään niiden pisteiden joukoksi, joiden etäisyys kiinteästä pisteestä, keskipisteestä, on vakio. Koordinaatistossa ympyrä voidaan esittää kahden muuttujan toisen asteen yhtälönä: jos esimerkiksi ympyrän keskipiste on origo ja säde  $r$ , sen jokaiselle pisteelle  $(x, y)$  on voimassa yhtälö  $x^2 + y^2 = r^2$ . Johda määritelmästä lähtien yhtälö ympyrälle, jonka halkaisijana on jana pisteestä  $(1, -1)$  pisteeseen  $(3, 3)$ . Onko piste  $(4, 1)$  ympyrän kehällä?
14. Henkilö tekee säästösuunnitelman seitsemäksi vuodeksi ja tallettaa vuosittain kunkin vuoden alussa tietyn summan tilille, jolle maksetaan vuotuista korkoa 2,00 prosentin mukaan. Hän haluaa ottaa suunnitelmassaan huomioon inflaation vaikutuksen ja korottaa talletuksensa määrää keskimääräisen inflaatio-odotuksen mukaisesti aina kahdella prosentilla edellisen vuoden talletuksen määrästä. Mikä on säästösumma sen vuoden lopussa, jona seitsemäs talletus on tehty, kun ensimmäinen talletus on  $K$  euroa? Laske sovelluksena säästösumma tapauksessa  $K = 500$  €. Lähdevero on 29 %.
15. Uusi hampurilaisravintola mitoitettiin palvelemaan neljä asiakasta minuutissa. Ensimmäisinä päivinä ravintolassa kävi lounasaikana keskimäärin kolme asiakasta minuutissa. Arvioi Poissonin jakaumaa käyttäen todennäköisyys, että ravintolan palvelukapasiteetti lounasaikana ylittyy.