



Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään.

1. Ratkaise reaalilukualueella yhtälöt

a) $2(x - 1) + 3(x + 1) = -x$, b) $x + 2 = \frac{1}{x - 2}$, c) $x^{16} = 256$.

2. Suorakulmaisen kolmion kateettien pituudet ovat 4 ja 6. **a)** Laske hypotenuusan pituus. Ilmoita tarkka arvo ja kaksidesimaalinen likiarvo. **b)** Määritä kolmion kulmat 0,01 asteen tarkkuudella. **c)** Määritä kolmion ala.

3. Vektorien \overrightarrow{AB} ja \overrightarrow{CD} päätepisteet ovat $A = (3, 1)$, $B = (7, 3)$, $C = (1, 4)$ ja $D = (-3, -2)$. Laske vektorien välisen kulman suuruus 0,1 asteen tarkkuudella. Piirrä kuvio.

4. Millä a :n arvoilla funktio $f(x) = -x^2 + ax + a - 3$ saa vain negatiivisia arvoja?

5. Puun rungon halkaisija tyvestä mitattuna kasvaa 20 vuoden aikana kolmasosan alkuperäisestä mitastaan. Samaan aikaan puun korkeus kasvaa kuudesosan alkuperäisestä korkeudesta. Kuinka monta prosenttia kasvaa puun rungon tilavuus tuona aikana? Oletetaan, että runko on kartion muotoinen.

6. Suora $x - y - a = 0$, $a \neq 0$, jakaa ympyrän $x^2 + y^2 = a^2$ rajoittaman alueen kahteen osaan. Määritä pienemmän alueen alan suhde suuremman alueen alaan. Ilmoita tarkka arvo ja kolmidesimaalinen likiarvo. Piirrä kuvio, kun **a)** $a > 0$, **b)** $a < 0$.

7. Olkoon

$$f(x) = \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}.$$

Kumpi on suurempi, $f(a)$ vai $f(b)$, kun $a = 1 + 10^{-1500}$ ja $b = 1 + 2 \cdot 10^{-1500}$?

8. Laatikossa on 2 ruskeaa, 6 mustaa ja 8 sinistä matkapuhelimen kuorta. Laatikosta otetaan umpimähkään kaksi kuorta. Millä todennäköisyydellä kuoret ovat samanväriset?

9. Laskeva suora kulkee pisteen $(3, 4)$ kautta siten, että sen ja koordinaattiakselien rajoittaman kolmion ala on mahdollisimman pieni. Määritä suoran kulmakerroin ja vastaava pienin ala.

10. Määritä päättymättömän lukujonon

$$\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{7}{4}, \frac{10}{5}, \frac{13}{6}, \dots$$

n :s jäsen ja lukujonon raja-arvo. Mistä luvun n arvosta alkaen jonon jäsenen poikkeama tästä raja-arvosta on itseisarvoltaan pienempi kuin 0,001?

KÄÄNNÄ!

- 11.** Osoita, että yhtälöllä $x - 2 \ln x = 0$ ei ole reaalijuuria.
- 12.** Suorat $y = \frac{1}{2}x$ ja $y = 2x$ sekä hyperbeli $xy = 1$ rajaavat kaksiosaisen alueen. Laske sen ala. Ilmoita tarkka arvo ja kaksidesimaalinen likiarvo.

- 13.** Tarkastellaan lauseketta

$$L(x) = \frac{\tan x - \sqrt{3}}{x - \frac{\pi}{3}}.$$

- a)** Laske lauseketta muokkaamatta sille laskimella likiarvo, kun $x = \frac{\pi}{3} + 10^{-3n}$, $n = 1, 2, 3, 4, 5$. **b)** Määritä $\lim_{x \rightarrow \pi/3} L(x)$ tulkitsemalla lauseke sopivan funktion erotusosamääräksi. Mitä voidaan sanoa a-kohdassa lasketuista likiarvoista?
- 14.** Määritä niiden käyrien yhtälöt, joilla on sellainen ominaisuus, että koordinaatti-akselien väliin jäävän käyrän tangentin osa puolittuu sivuamispisteessä.
- 15.** Etsi jakojäännös, kun **a)** 2^{345} jaetaan luvulla 5, **b)** 3^{4567} jaetaan luvulla 6.