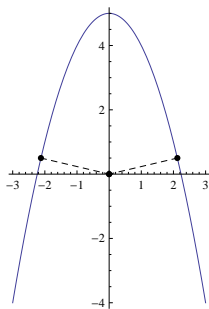


## Matematiikan ylioppilaskoe 25.9.2009

### Pitkä oppimäärä

#### Vastaukset

1. a)  $x_1 = 0, x_2 = 5$ ;  
b)  $x = -\frac{3}{2}$ ;  
c)  $(5 - \sqrt{2})^2 = 25 - 10\sqrt{2} + 2 = 27 - 10\sqrt{2}, 5 - \sqrt{2} > 0$ .
2. a)  $x \leq -\frac{1}{3}$ ;  
b)  $x = 7$ ;  
c)  $x = \frac{\pi}{2} + 4n\pi$  tai  $x = \frac{3\pi}{2} + 4n\pi, n \in \mathbb{Z}$ .
3. a)  $a = 2, b = -3$ ;  
b)  $\frac{2}{3}$ .
4. 149 mm, 224 mm, 299 mm.
5.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$  pisteistä riippumatta.
6. a)  $58.8^\circ, 72.8^\circ, 48.4^\circ$ ;  
b) 35.5.
7. 18.75 €.
8.  $x < -3$  tai  $-1 < x < 0$  tai  $1 < x < 2$ .
9.  $(\pm \frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$ .



10.  $4(\ln 3 - 1) \approx 0.394$ .
11.  $[\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3}(\frac{2}{3})^2 + \frac{1}{3}(\frac{2}{3})^3 + \dots] a = a$ , missä  $a$  on janan pituus. Siis sama kuin janan pituus.

- 12.** Olkoon  $x = 2p + 1$  ja  $y = 2q + 1$ ;  
a)  $x + y = 2(p + q + 1)$ , siis parillinen;  
b)  $xy = 2(2pq + p + q) + 1$ , siis pariton.
- 13.**  $\frac{13}{8} \leq f(3) \leq \frac{23}{8}$ .
- 14.** a) Osoitetaan esimerkiksi integroimalla polynomi  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ;  
b)  $\frac{32}{3}$ ;  
c) ei päde polynomille  $x^4$ .
- 15.** a)  $a(z) = \pi \left[ r_1^2 - \frac{2r_1(r_1 - r_2)}{h} z + \frac{(r_1 - r_2)^2}{h^2} z^2 \right]$ ;  
b)  $\int_0^h a(z) dz = \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$ ;  
c) on katkaistun kartion tilavuus;  
d)  $a(z) = \pi(r^2 - z^2)$ ,  $\int_{-r}^r a(z) dz = \frac{4}{3}\pi r^3$ .