

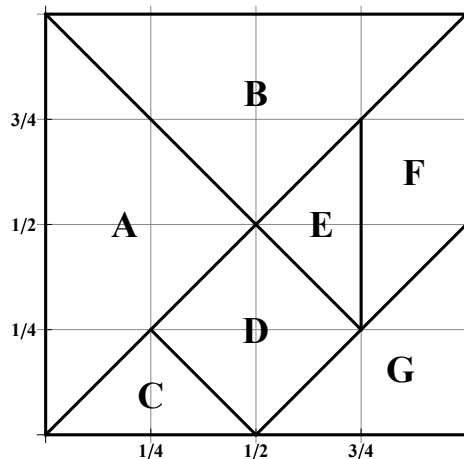


Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään.

1. a) Laske lausekkeen $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ arvo, kun $x = 3$.
 b) Ratkaise yhtälö $\frac{5}{x} = -\frac{1}{2}$.
 c) Ratkaise yhtälö $x^2 - 3(x + 3) = 3x - 18$.

2. a) Kolmiossa ABC kulma A on 28° ja kulman B vieruskulma 110° . Määritä kulmien B ja C suuruudet.
 b) Ratkaise x yhtälöstä $\frac{ax}{2} - 1 = \frac{b-2}{2}$, kun $a \neq 0$.
 c) Sievennä lauseke $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}(ab)^{\frac{1}{2}}$.

3. Kiinalaisen Tangram-pelin pelilaatat saadaan jakamalla neliö osiin oheisen kuvan mukaisesti. Ilmoita osien pinta-alat, kun koko neliön sivun pituus on 1.

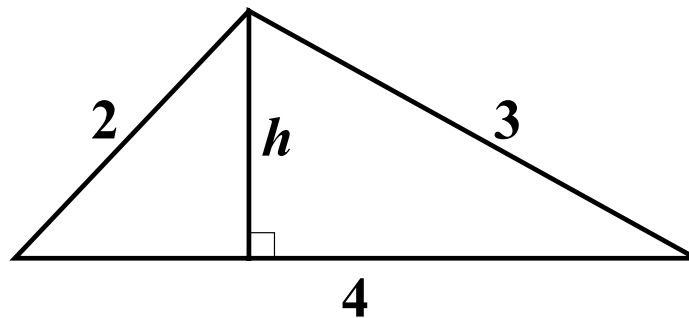


4. Ludwig van Beethoven, Wolfgang Amadeus Mozart ja Johann Sebastian Bach elivät yhteensä 156 vuotta. Bach eli yhdeksän vuotta vanhemmaksi kuin Beethoven, Mozart kuoli 21 vuotta nuorempana kuin Beethoven. Kuinka vanhoiksi säveltäjät elivät?

5. Osakkeen arvo laski 46 prosenttia ja nousi sitten ensiksi 15 prosenttia ja tämän jälkeen vielä 34 prosenttia.
- a) Oliko osakkeen arvo näiden muutosten jälkeen suurempi vai pienempi kuin ennen muutoksia?
- b) Kuinka monta prosenttia jälkimmäisen nousun olisi pitänyt olla, jotta olisi palattu alkuperäiseen arvoon?

6. Määritä funktion $f(x) = x^3 - 4x + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[-1, 2]$.

7. Kolmion sivujen pituudet ovat 2, 3 ja 4.
- a) Laske pisintä sivua vastaava korkeus h kahden desimaalin tarkkuudella.
- b) Laske kolmion kulmien suuruudet asteen tarkkuudella.



8. Grönlannin mannerjätikön laajuus on $1\,834\,000 \text{ km}^2$ ja paksuus noin 2 km. Kuinka paljon valtameren pinta kohoaa, jos jäätiköstä sulaa 30 tilavuusprosenttia? Jään tiheys on $0,9 \text{ kg/dm}^3$ ja veden tiheys $1,0 \text{ kg/dm}^3$. Maapallon pinta-alasta on 71 prosenttia valtameriä ja maapallon säde on 6 400 km. Anna vastaus 0,1 metrin tarkkuudella.

9. Värisävy esimerkiksi www-sivulla voidaan ilmoittaa kuusimerkkisellä RGB-koodilla, joka sisältää tiedon sävyn muodostavien perusvärien punainen (Red), vihreä (Green) ja sininen (Blue) määristä. Kunkin perusvärin määrä ilmoitetaan kahdella peräkkäin kirjoitetulla merkillä, jotka valitaan joukosta

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, d, e, f.

Laske, kuinka monta erilaista värisävyä RGB-koodilla voidaan ilmaista.



0000ff



ff5c97a

10. Oletetaan, että matematiikan ylioppilaskokeen tulokset (jotka ovat välillä $0, \dots, 60$ pistettä) jakautuvat likimain normaalisti keskiarvona 30 ja keskihajontana 10. Määritä tämän perusteella laudaturin pisteraja, kun tavoitteena on antaa laudatureja enintään viidelle prosentille osallistujista.
11. Paraabelin $y = x^2 + 4$ pisteeseen $A = (3, 13)$ asetetaan tangentti. Tämä leikkaa x -akselin pisteessä B . Pisteeseen A kautta kulkeva y -akselin suuntainen suora leikkaa x -akselin pisteessä C . Laske kolmion ABC pinta-ala.

12. Tiedetään, että suure y on suoraan verrannollinen muuttujaan x , ts. $y = kx$. Kolmella mittauksella on saatu seuraavat arvot:

x	y
2	1,5
3	2,6
6	4,6

Arvot sisältävät kuitenkin mittausvirheitä, joten kaikkiin arvopareihin sopivaa kulmakerointia ei ole olemassa. Paras mahdollinen k voidaan tällöin määrittää ns. *pienimmän neliösumman menetelmällä*: Kunkin x -arvon kohdalla lasketaan suoran $y = kx$ antaman y -arvon ja mitatun y -arvon erotus, ja kerroin k valitaan niin, että erotusten neliöiden summa eli funktio

$$f(k) = (2k - 1,5)^2 + (3k - 2,6)^2 + (6k - 4,6)^2$$

on mahdollisimman pieni. Määritä k tällä tavoin. Piirrä kuvio pisteistä (x, y) ja saamastasi suorasta $y = kx$.

13. Laske lukujen 1 000 ja 2 000 välissä olevien 13:lla jaollisten lukujen summa.
14. Matti lainaa ystävältään 7 500 euroa ja maksaa summan takaisin neljässä 2 000 euron erässä vuoden välein, ensimmäisen erän vuoden kuluttua lainan nostamisesta. Määritä, millaista vuotuista korkoprosenttia p tämä vastaa muodostamalla ensin yhtälö korkotekijälle $q = 1 + p/100$ ja etsimällä tälle likimääräinen ratkaisu. Anna vastauksena korkoprosentti yhden desimaalin tarkkuudella.
15. Kulma x on välillä $[0^\circ, 360^\circ]$. Ratkaise asteen tarkkuudella seuraavat yhtälöt:

$$\text{a) } \sin x = \frac{1}{3}, \quad \text{b) } \cos x = \frac{1}{4}, \quad \text{c) } \tan x = \frac{1}{5}.$$