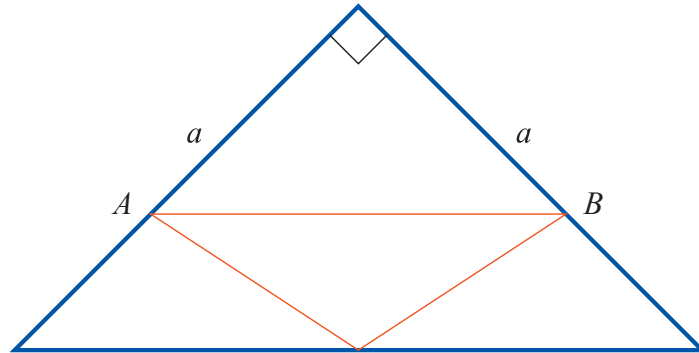




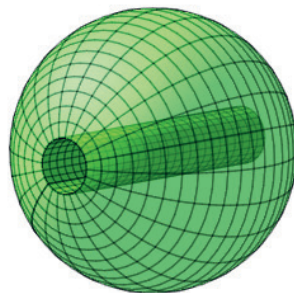
Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään. Tähdellä (\*) merkittyjen tehtävien maksimipistemäärä on 9, muiden tehtävien maksimipistemäärä on 6.

1. a) Määritä sellainen vakio  $a$ , että luku 2015 on yhtälön  $ax = 2015 + a$  juuri.  
 b) Laske neliön piiri, kun sen lävistäjän pituus on 6.  
 c) Tarkastellaan muotoa  $\frac{m}{n}$  olevia lukuja, kun  $m \in \{-1, 0, 1, 2\}$  ja  $n \in \{2, 3, 4\}$ . Määritä näistä luvuista suurin ja pienin.
  
2. Tasokäyrä kulkee pisteen  $(3, 4)$  kautta. Määritä käyrän yhtälö, kun kyseessä on  
 a) origon kautta kulkeva suora  
 b) origokeskinen ympyrä  
 c) ylöspäin aukeava paraabeli, jonka huippu on origossa.
  
3. a) Kuntopolun pituus kartalla on 17,5 cm. Mikä on polun pituus maastossa, kun kartan mitataava on 1 : 20 000? Anna vastaus 100 metrin tarkkuudella.  
 b) Laske kuution yhden sivutahkon pinta-ala neliösenttimetrin tarkkuudella, kun kuution tilavuus on 7,0 litraa.
  
4. Olkoon  $A = (1, 2)$ . Vektorin  $\overline{AB}$  pituus on 3, ja se on kohtisuorassa vektoria  $3\overline{i} + 4\overline{j}$  vastaan. Määritä pisteen  $B$  koordinaatit.
  
5. Ympyrän  $x^2 + y^2 = 16$  jänteen keskipiste on  $(2, 1)$ . Määritä jänteen pituus.
  
6. Annin pelaamassa tietokonepelissä on 90 %:n todennäköisyys onnistua.  
 a) Kuinka suurella todennäköisyydellä neljän pelin sarjassa tulee tarkalleen yksi epäonnistuminen?  
 b) Mikä on neljän pelin sarjassa onnistuneiden pelien lukumäärän odotusarvo?  
 c) Kuinka monta kertaa Annin täytyy pelata, jotta onnistuneiden pelien lukumäärän odotusarvo olisi vähintään 10?

7. Tasakylkisen suorakulmaisen kolmion kateetin pituus on  $a$ . Kolmion sisälle asetetaan kuvion mukaisesti pienempi tasakylkinen kolmio, jonka yksi kärki sijaitsee alkuperäisen kolmion hypotenuusalla. Lisäksi jana  $AB$  on hypotenuusan suuntainen. Määritä pienemmän kolmion suurin mahdollinen pinta-ala.



8. Erään kaivoksen kivihiilivarojen laskettiin vuoden 2015 alussa riittävän 50 vuodeksi, jos louhintatahti (yksikkönä tonnia/vuosi) pysyy samana. Minä vuonna kivihiilivarat loppuvat, jos louhintaa lisätään joka vuosi 2,5 % edelliseen vuoteen verrattuna?
9. Täysin pyöreän geenimanipuloidun omenan säde on 5,0 cm. Omenan läpi porataan sen keskeltä kulkeva reikä, jonka säde on 1,0 cm. Kuinka monta prosenttia omenan tilavuudesta tällöin häviää? Anna vastaus prosenttiyksikön kymmenesosan tarkkuudella.



10. a) Suorakulmaisen kolmion kateettien ja hypotenuusan pituudet  $a < b < c$  muodostavat geometrisen jonon. Määritä jonon suhdeluku  $q$ .
- b) Suorakulmaisen kolmion kateettien ja hypotenuusan pituudet  $a < b < c$  muodostavat aritmeettisen jonon. Määritä suhde  $a : b : c$ .

11. Millä numeron  $n$  arvoilla 10-järjestelmän luku  $12n34n567n89n$  on jaollinen luvulla
- a) 3
- b) 6
- c) 9?

12. Polynomi  $P(x) = 2x^3 + ax^2 - 4x + b$  on jaollinen binomeilla  $x - 1$  ja  $x + 3$ . Ratkaise yhtälö  $P(x) = 0$ .

13. a) Anna esimerkki rajoitetusta lukujonosta, joka ei suppene. Perustele väitteesi.
- b) Anna esimerkki vähenevästä lukujonosta, joka ei ole rajoitettu. Perustele väitteesi.
- c) Määritä jokin sellainen luku  $p > 0$ , että funktion  $f(x) = x^{-p}$  epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} f(x) dx$$

suppenee, mutta epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} \sqrt{f(x)} dx$$

hajaantuu.

**\*14.** Olkoot  $a > 0$ ,  $b > 0$  ja  $c > 0$ . Tarkastellaan avaruuden suoraa  $S$ , joka kulkee origon ja pisteen  $(a, b, c)$  kautta. Suoran  $S$  suunta voidaan ilmoittaa kolmen suuntakosinin avulla. Suuntakosinit  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$  ja  $\cos \gamma$  ovat vektorin  $a\bar{i} + b\bar{j} + c\bar{k}$  ja yksikkövektoreiden  $\bar{i}$ ,  $\bar{j}$  ja  $\bar{k}$  välisten kulmien  $\alpha$ ,  $\beta$  ja  $\gamma$  kosineita.

**a)** Laske suoran

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{7}$$

suuntakosinit. (3 p.)

**b)** Laske a-kohdan suuntakosinien neliöiden summa. (2 p.)

**c)** Määritä vastaavat suuntakulmat  $\alpha$ ,  $\beta$  ja  $\gamma$  asteen kymmenesosan tarkkuudella. (2 p.)

**d)** Osoita, että b-kohdan tulos on sama kaikille tehtävän alkuosan ehdot toteuttaville suorille. (2 p.)

**\*15.** Kolmion kahden sivun pituudet ovat  $CA = a$  ja  $CB = b$ . Näiden sivujen välisen kulman puolittajasta kolmion sisälle jäävän osan pituus on  $k$ . Puolittaja jakaa kolmannen sivun kahteen osaan, joiden pituudet ovat  $AD = x$  ja  $DB = y$ . Osoita, että  $k = \sqrt{ab - xy}$ ,

**a)** kun  $a = b$ . (3 p.)

**b)** kun  $a \neq b$ . (6 p.)