Determinantin laskeminen alideterminanttimenetelmällä

Determinantti on määritelty vain neliömatriiseille. Matriisin $\underset{n\times n}{A}$ determinantti voidaan laskea n:n $(n-1)\times(n-1)$-matriisin determinanttien avulla seuraavasti:

$$\begin{aligned}\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} &= \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j} a_{1j} \det(A_{1j}) \\ &= a_{11}\det(A_{11}) - a_{12}\det(A_{12}) + a_{13}\det(A_{13}) + \cdots \\ &+ (-1)^{(1+j)} a_{1j}\det(A_{1j}) + \cdots + (-1)^{(1+n)} a_{1n}\det(A_{1n}),\end{aligned}$$

missä matriisi A_{1j} on saatu matriisista A poistamalla ensimmäinen rivi ja j:s sarake. Siis

$$\begin{aligned}\det(A) = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \\ + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \cdots + (-1)^{(1+j)} a_{1j}\begin{vmatrix} a_{21} & \cdots & a_{2,j-1} & a_{2,j+1} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & \cdots & a_{3,j-1} & a_{3,j+1} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,j-1} & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \\ + \cdots + (-1)^{(1+n)} a_{1n}\begin{vmatrix} a_{21} & \cdots & a_{2,n-1} \\ a_{31} & \cdots & a_{3,n-1} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,n-1} \end{vmatrix}.\end{aligned}$$

Yllä olevassa tapauksessa determinantti on kehitetty rivin 1 suhteen. Yleisemmin alideterminanttimenetelmä voidaan kehittää minkä tahansa rivin (tai sarakkeen) suhteen.

Kaavassa esiintyvät etumerkit on helppo muistaa alla olevan ”šakkiruudukon” mukaan.

$$\begin{vmatrix} + & - & + & \cdots \\ - & + & - & \cdots \\ + & - & + & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{vmatrix}$$

Linkkejä

2- ja 3-riviset determinantit
Determinantin ominaisuuksia
Determinantin laskeminen Gaussin menetelmän avulla

Ossi Mauno 28.10.2004