$\mathbb{R}^n$ vektoriavaruutena

Kaikkien n-alkioisten reaalisten vektorien $(x_1,\ldots,x_n)$ joukkoa merkitään $\mathbb{R}^n$ ja se toteuttaa seuraavat vektoriavaruudelta vaadittavat ehdot kaikilla $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ ja $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$ sekä α ja $\beta \in \mathbb{R}$.

i) $\mathbf{x}+\mathbf{y}=\mathbf{y}+\mathbf{x}$ (yhteenlaskun vaihdannaisuus)

ii) $(\mathbf{x}+\mathbf{y})+\mathbf{z}=\mathbf{x}+(\mathbf{y}+\mathbf{z})$ (yhteenlaskun liitännäisyys)

iii) On olemassa $\mathbf{0}$ siten, että $\mathbf{x}+\mathbf{0}=\mathbf{x}$ (nolla-alkion olemassaolo)

iv) Jokaiselle $\mathbf{x}$ on olemassa $-\mathbf{x}$ siten, että $\mathbf{x}+(-\mathbf{x})=\mathbf{0}$ (vasta-alkion olemassaolo)

v) $(\alpha+\beta)\mathbf{x}=\alpha\mathbf{x}+\beta\mathbf{x}$ (osittelulaki)

vi) $\alpha(\mathbf{x}+\mathbf{y})=\alpha\mathbf{x}+\alpha\mathbf{y}$ (osittelulaki)

vii) $\alpha(\beta\mathbf{x})=(\alpha\beta)\mathbf{x}$ (tulon liitäntälaki)

viii) $1\mathbf{x}=\mathbf{x}$ (ykkösellä kertominen)

Yllä luetellut ominaisuudet seuraavat suoraan vastaavista reaalilukujen ominaisuuksista. Esimerkiksi

$$\begin{aligned}(a_1,a_2)+(b_1,b_2) &= (a_1+b_1,a_2+b_2)\\ &= (b_1+a_1,b_2+a_2)\\ &= (b_1,b_2)+(a_1,a_2),\end{aligned}$$

missä ensimmäinen ja viimeinen yhtäsuuruus perustuvat vektorien yhteenlaskun määritelmään ja keskimmäinen yhtäsuuruus reaalilukujen yhteenlaskun vaihdannaisuuteen.

Linkkejä

Vektoriavaruus
Vektorialiavaruus
Kanta
Dimensio

Ossi Mauno 29.10.2004