

# Vektorialiavaruus

Vektorialiavaruus (tai lyhyemmin pelkästään aliavaruus) on vektoriavaruuden osajoukko, joka on itsekin vektoriavaruus. Tämä sanallinen määritelmä on yhtäpitävä seuraavien ehtojen kanssa.

Vektoriavaruuden  $V$  osajoukko  $W$  on vektorialiavaruus, jos

- i)  $\mathbf{x} + \mathbf{y} \in W$  kaikilla  $\mathbf{x}$  ja  $\mathbf{y} \in W$
- ii)  $\alpha \mathbf{x} \in W$  kaikilla  $\mathbf{x} \in W$  ja  $\alpha \in \mathbb{R}$

Ehdosta ii) seuraa, jos valitaan  $\alpha = 0$ , että nollavektori kuuluu jokaiseen aliavaruuteen.

Jokainen vektoriavaruus on itsensä vektorialiavaruus ja jokainen vektoriavaruus sisältää vektorialiavaruuden, jonka ainoa alkio on nollavektori.

Kolmiulotteisen vektoriavaruuden  $\mathbb{R}^3 = \{(x_1, x_2, x_3) | x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}$  vektorialiavaruuksia ovat esimerkiksi tasot

$$W = \{(x_1, x_2, x_3) | x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R} \text{ ja } x_1 + 2x_2 = 0\} \quad \text{ja}$$
$$W' = \{(x_1, x_2, x_3) | x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R} \text{ ja } x_3 = 0\}$$

ja suora

$$W'' = \{(x_1, x_2, x_3) | x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R} \text{ ja } x_1 = x_2 = x_3\}.$$

Kaikki origon kautta kulkevat tasot ja suorat ovat  $\mathbb{R}^3$ :n aliavaruuksia. Muut  $\mathbb{R}^3$ :n aliavaruudet ovat koko avaruus  $\mathbb{R}^3$  ja pelkästään nollavektorista koostuva avaruus.

## Linkkejä

[Vektoriavaruus](#)