# Lineaariyhdistely ja aliavaruuden virittäminen

Vektorien $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ lineaariyhdistely (lineaarikombinaatio) on

$$a_1\mathbf{v}_1 + a_2\mathbf{v}_2 + \cdots + a_n\mathbf{v}_n,$$

missä $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$.

Vektorien $\mathbf{e}_1 = (1,0,0)$, $\mathbf{e}_2 = (0,1,0)$ ja $\mathbf{e}_3 = (0,0,1) \in \mathbb{R}^3$ tai $\mathbf{a}_1 = (2,0,0)$, $\mathbf{a}_2 = (1,1,1)$ ja $\mathbf{a}_3 = (1,-1,1) \in \mathbb{R}^3$ lineaariyhdistelynä voidaan lausua mikä tahansa $\mathbb{R}^3$:n vektori. Esimerkiksi

$$(9,-1,7) = 9\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + 7\mathbf{e}_2 = 1\mathbf{a}_1 + 3\mathbf{a}_2 + 4\mathbf{a}_3$$

Koska mikä tahansa $\mathbb{R}^3$:n vektori voidaan lausua vektoreiden $\mathbf{a}_1 = (2,0,0)$, $\mathbf{a}_2 = (1,1,1)$ ja $\mathbf{a}_3 = (1,-1,1)$ avulla, ne virittävät kolmiulotteisen vektoriavaruuden $\mathbb{R}^3$. Tätä merkitään $\mathrm{span}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3) = \mathbb{R}^3$ ja vektoreiden $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ ja $\mathbf{a}_3$ sanotaan virittävän $\mathbb{R}^3$:n.

Vektorit $\mathbf{r} = (1,0,1)$, $\mathbf{s} = (0,0,0) \in \mathbb{R}^3$ ja $\mathbf{t} = (-2,0,-2) \in \mathbb{R}^3$ virittävät yksiulotteisen vektoriavaruuden $W$ (suora $\mathbb{R}^3$:ssa), koska kaikki vektorien $\mathbf{r}$, $\mathbf{s}$ ja $\mathbf{t}$ lineaarikombinaatiot voidaan lausua yhden vektorin avulla:

$$a\mathbf{r} + b\mathbf{s} + c\mathbf{t} = (a-2c)\mathbf{r} \quad \text{tai} \quad a\mathbf{r} + b\mathbf{s} + c\mathbf{t} = (c - \frac{1}{2}a)\mathbf{t}.$$

Täten vektorien $\mathbf{r}$, $\mathbf{s}$ ja $\mathbf{t}$ virittämä avaruus $W$ on sama kuin vektorin $\mathbf{r}$ tai $\mathbf{t}$ yksinään virittämä avaruus eli

$$W = \mathrm{span}(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{t}) = \mathrm{span}(\mathbf{r}) = \mathrm{span}(\mathbf{t}).$$

**Linkkejä**

Vektoriavaruus
Kanta
Dimensio

*Ossi Mauno* 28.10.2004