Matriisi

Määritelmä. Olkoot $n, m \geq 1$ kokonaislukuja. Jos $a_{ij} \in \mathbb{R}$ kaikilla $1 \leq i \leq m$ ja $1 \leq j \leq n$, niin taulukkoa

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij})_{m \times n}$$

sanotaan $(m \times n)$-*matriisiksi*. Merkinnässä (a_{ij}) luku i tarkoittaa siis vaakariviä ja luku j pystyriviä.

Käytetään merkintää (i, j) matriisin i :nnen vaakarivin ja j :nnen pystyrivin leikkauksessa olevasta paikasta.

Matriisin alkiot voivat olla myös kompleksilukuja tai yleisemmin tietyt ehdot täyttävän joukon alkioita. Käsitellään nyt kuitenkin vain reaalilukualkioisia matriiseja.

Kaksi matriisia $A = (a_{ij})_{m \times n}$ ja $B = (b_{ij})_{h \times k}$ ovat *samaa tyyppiä*, jos $m = h$ ja $n = k$. Jos lisäksi $a_{ij} = b_{ij}$ kaikilla lukujen i ja j arvoilla ovat matriisit A ja B *yhtäsuuret*.

Jos matriisin A vaakarivit vaihdetaan pystyriveiksi saadaan matriisin A *transponoitu matriisi* A^T, siis

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Transponoitu matriisi on tyyppiä $n \times m$. Vektorin $X = (x_1, \ldots, x_n)$ voidaan ajatella olevan $(1 \times n)$-matriisi. Silloin siis

$$X^T = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Vektoria X voidaan sanoa *vaakavektoriksi* ja matriisia X^T *pystyvektoriksi*.

Matriisin A i :nnestä vaakarivistä voidaan käyttää lyhennysmerkintää A_i. Vastaavasti j :nnestä pystyrivistä eli sarakkeesta voidaan käyttää merkintää $A^{(j)}$. Siis

$$A = (a_{ij})_{m \times n} = \begin{pmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_m \end{pmatrix} = (A^{(1)}, \ldots, A^{(n)}),$$

missä

$$\begin{aligned} A_i &= (a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in}) \qquad (i = 1, \ldots, m) \\ A^{(j)} &= (a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{mj})^T \quad (j = 1, \ldots, n). \end{aligned}$$

Linkit:
Yksinkertaisia matriiseja