Matriisien summa ja skalaarimonikerta

Määritelmä. Kahden $(m \times n)$-matriisin $A = (a_{ij})$ ja $B = (b_{ij})$ *summa* on

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij}).$$

Siis summassa samoissa kohdissa olevat alkiot lasketaan yhteen. Huomaa, että summa on määritelty vain samaa tyyppiä oleville matriiseille.

Reaaliluvun k ja matriisin $A = (a_{ij})$ *tulo* eli matriisin *skalaarimonikerta* on

$$kA = (ka_{ij}).$$

Siis reaaliluku k kerrotaan jokaisen matriisin alkion kanssa.

Lause. Kaikkien reaalialkioisten $(m \times n)$-matriisien joukko $\mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ muodostaa vektoriavaruuden edellä määriteltyjen laskutoimitusten suhteen. Tämän vektoriavaruuden nolla-alkio on nollamatriisi ja matriisin $A = (a_{ij})$ vasta-alkio on *vastamatriisi* $-A = (-a_{ij})$.

Todistus. Väite todistetaan tarkistamalla vektoriavaruuden ehtojen V1-V8 toteutuvuus. Tehdään esimerkkinä ehto V6 ja jätetään muut harjoitukseksi. Olkoot $x, y \in \mathbb{R}$ ja $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$; silloin $(x + y)A = ((x + y)a_{ij}) = (xa_{ij} + ya_{ij}) = (xa_{ij}) + (ya_{ij}) = xA + yA$. $\square$

Lauseen mukaan voidaan puhua matriisien $A, B \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ erotuksesta $A - B$ aivan kuten tehtiin sivulla Vektoriavaruuden ominaisuuksia.

Huomaa, että $(m \times n)$-matriisit käyttäytyvät laskutoimituksissa summa ja skalaarimonikerta samoin kuin järjestetyt lukujonot, joiden pituus on mn. Tällaisia jonoja voidaan muodostaa matriisista kirjoittamalla esimerkiksi sen kaikki vaakarivit peräkkäin yhdelle riville. Voidaan sanoa, että vektoriavaruus $(\mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R}), +, \cdot)$ on isomorfinen vektoriavaruuden $(\mathbb{R}^{mn}, +, \cdot)$ kanssa.

Linkit:
Matriisi

Yksinkertaisia matriiseja

Vektoriavaruus

Vektoriavaruuden ominaisuuksia