Matriisitulo

Määritelmä. Olkoot $A = (a_{ij})$ $(m \times s)$-matriisi ja $B = (b_{ij})$ $(s \times n)$-matriisi. Matriisilla A on siis yhtä monta pystyriviä kuin matriisilla B on vaakariviä. Matriisien A ja B *tulo* (*matriisitulo*) on $(m \times n)$-matriisi

$$AB = (u_{ij})_{m\times n}, \quad \text{missä} \quad u_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{is}b_{sj}.$$

Siis

$$AB = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \ldots & a_{is} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ldots & b_{1j} & \ldots \\ \ldots & b_{2j} & \ldots \\ & \vdots & \\ \ldots & b_{sj} & \ldots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \vdots & \\ \cdots & u_{ij} = \sum_{k=1}^{s} a_{ik}b_{kj} & \cdots \\ & \vdots & \end{pmatrix}.$$

Matriisien tulon määritelmä voi tuntua keinotekoiselta, mutta määritelmän luonnollisuus paljastuu, kun matriiseja sovelletaan vektoriavaruuksien lineaarikuvausten teoriaan. Tulon luonnollisuutta selvittää osaksi myös seuraava yhtälöryhmä.

Lineaarinen yhtälöryhmä

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & y_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & y_2 \\ \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & y_m \end{cases}$$

voidaan kirjoittaa matriisiyhtälönä

$$AX = Y,$$

missä $A = (a_{ij})_{m\times n}$ ja $X = (x_1, \ldots, x_n)^T$ ja $Y = (y_1, \ldots, y_m)^T$.

Linkit:
Matriisi

Matriisien algebraa