Determinantin perusominaisuuksia

Esitetään seuraavassa determinantti käyttäen sen matriisin vaakarivien esitysmuotoa.

(D1) Yhteisen tekijän siirto:

$$\begin{vmatrix} A_1 \\ \vdots \\ cA_k \\ \vdots \\ A_n \end{vmatrix} = c \begin{vmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_k \\ \vdots \\ A_n \end{vmatrix},$$

kun $1 \leq k \leq n$.

(D2) Summahajotelma:

$$\begin{vmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_k + B_k \\ \vdots \\ A_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_k \\ \vdots \\ A_n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} A_1 \\ \vdots \\ B_k \\ \vdots \\ A_n \end{vmatrix},$$

kun $1 \leq k \leq n$.

(D3) Jos matriisin jokin vaakarivi muodostuu nollista, on sen determinantti 0.

(D4) Jos matriisin kaksi vaakariviä vaihdetaan, niin determinantin merkki vaihtuu.

(D5) Jos matriisissa on kaksi samaa vaakariviä, niin determinantti on 0.

(D6) Determinantti ei muutu, jos johonkin vaakariviin lisätään jonkin toisen vaakarivin alkiot vakiolla kerrottuna:

$$\begin{vmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_h \\ \vdots \\ A_k \\ \vdots \\ A_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_h + cA_k \\ \vdots \\ A_k \\ \vdots \\ A_n \end{vmatrix},$$

missä $1 \leq h \leq n$ ja $1 \leq k \leq n$.

Huomaa, että ehdon (D1) nojalla $(n \times n)$-matriisille A on $\det(rA) = r^n \det A$, kaikilla $r \in \mathbb{R}$.

Linkit:
Determinantti
Matriisi
Matriisien algebraa
Determinantin perusominaisuuksien todistukset