

Esimerkkejä ihanteista

Esimerkki. Renkaan $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ ihanteita ovat aliryhmät $(m\mathbb{Z}, +)$, missä

$$m\mathbb{Z} = \{ma \mid a \in \mathbb{Z}\} = \{am \mid a \in \mathbb{Z}\}$$

kaikilla kokonaisluvuilla $m > 1$ (katso Esimerkkejä aliryhmistä).

Esimerkki. Sivulla Esimerkkejä alirenkaista todettiin, että $(\mathbb{R}[x], +, \cdot)$ on rengas. Tämän renkaan ihanne on esimerkiksi joukko

$$I = \{a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n \mid n \geq 1, a_i \in \mathbb{R} (i = 1, 2, \dots, n)\},$$

joka siis on sellaisten polynomien joukko, joiden vakiotermi on nolla. Joukko I on epätyhjä. Jos $p(x)$ ja $q(x)$ ovat joukon I polynomeja, niin $p(x) - q(x) \in I$, sillä erotuksessa vakiotermi pysyy nollana. Olkoon $p(x) \in \mathbb{R}[x]$, siis $p(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$, joillekin $a_i \in \mathbb{R} (i = 0, 1, \dots, n)$ ja $n \geq 0$. Jos $q(x) \in I$, niin $q(x) = b_1x + \cdots + b_mx^m$, joillekin $b_i \in \mathbb{R} (i = 1, 2, \dots, m)$ ja $m \geq 1$. Silloin

$$p(x) \cdot q(x) = a_0b_1x + a_0b_2x^2 + \cdots + a_0b_mx^m + a_1b_1x^2 + \cdots + a_nb_mx^{n+m} \in I.$$

Samoin huomataan, että $q(x) \cdot p(x) \in I$. Täten väite seuraa ihannekriteeristä.

Linkit:

Ihanne

Esimerkkejä aliryhmistä

Esimerkkejä alirenkaista