

Verkko-opiskelumateriaalia hyödyntävä matematiikan peruskurssi Teknillisessä korkeakoulussa: järjestelyt ja kokemuksia

Simo K. Kivelä

10.12.2001

1 Johdanto

Tieto- ja viestintäteknikan kehitys avaa periaatteessa monia uusia mahdollisuuksia opiskeluun ja opetukseen. Myös ajatus virtuaalikouluista ja -yliopistoista on syntynyt tältä pohjalta. Ei kuitenkaan ole selvää, miten mahdollisuuksia tulisi hyödyntää. Todennäköistä on, että se mitä tällä hetkellä ajattelemme, ei ole millään tavoin lopullinen ratkaisu, vaan tulee muuttumaan vielä moneen kertaan.

Teknillisen korkeakoulun *MatTa*-projektissa [1] (**M**atematiikkaa **T**ietokoneavusteisesti) on usean vuoden aikana tutkittu sekä pedagogisia että teknisiä ratkaisuja digitaalisen (verkko-) opiskelumateriaalin tuottamiseen, tuotettu joitakin opiskelupaketteja ja pyritty analysoimaan, millaista opiskeluprosessia nämä tukevat [3].

Yliopistotasoisista tavallisten differentiaaliyhtälöiden peruskurssia varten on laadittu digitaalinen verkko-opiskelupaketti nimeltään *DelTa* [2]. Kevätlukukaudella 2001 pidettiin tämän käyttöön pohjautuva kokeilukurssi, jossa etsittiin tapoja käyttää pakettia osana tavanomaista peruskurssia, testattiin paketin teknistä toimintaa ja kartoitettiin opiskelijoiden näkemyksiä.

Tässä raportissa kuvataan pääpiirteittäin *DelTa*-paketin rakenne, sen käyttö kursilla ja saadut kokemukset.

Kurssilta kerättiin poikkeuksellisen runsaasti tilastodataa, johon seuraava esitys osaltaan perustuu. Kiitokset tästä kuuluvat kasvatustieteen ylioppilas Pasi Luukkaiselle.

2 *DelTa*-paketti

2.1 Periaatteellinen rakenne

DelTa-paketti on yhteenvedonomainen esitys tavallisista differentiaaliyhtälöistä siinä laajuudessa, kuin niitä yleensä yliopistotasoisella peruskurssilla käsitellään. Differentiaaliyhtälöiden ominaisuuksia käsitteleviä lauseita ei kuitenkaan ole todistettu,

vaan ajatuksena on, että näiltä osin tukeudutaan kirjaan. Syynä on, että pitkäkökjen kokonaisuuksien lukeminen kuvaruudulta ei ole kovinkaan miellyttävää.

Paketin tavoitteena on antaa mahdollisuus differentiaaliyhtälöiden opiskeluun sekä teoreettiselta kannalta että tietotekniikan tuomia laskentamahdollisuuksia hyödyntäen. Jälkimmäinen näkökulma edellyttää, että opiskelijalla on käytettävissään jokin matemaattinen laskentaohjelma. Tällä hetkellä paketti tukee kahta laskentaohjelmaa, Mathematicaa [4] ja Maplea [5].

DelTa-paketissa on periaatteessa erotettu toisistaan paketin *sisältö* ja *käyttöliittymä*.

Sisällöltään paketti on modulaarinen. Se koostuu periaatteessa erillisistä dokumenteista, jotka on kytketty toisiinsa ainoastaan hypertekstilinkeillä. Dokumentit on jaettu neljään alueeseen: teoria, ratkaisualgoritmit, esimerkit ja sovellukset. Luonteeltaan dokumentit ovat suhteellisen lyhyitä tekstiyhteenvedoja tai laskentaohjelman käyttöön ohjaavia esimerkkejä ja tekstejä.

Lisäksi paketissa on työkalut differentiaaliyhtälöiden ratkaisukäyrien piirtämiseen (*DiffEqWeb*), alkeisoppaat laskentaohjelmistojen käyttöön ja harjoitustehtäväkokoelma.

Paketin *käyttöliittymä* voidaan räätälöidä kulloisenkin käyttötarpeen mukaan. Periaatteessa se muodostuu muutamista tiedostoista, joissa on tarvittavat johdantotekstit ja linkit itse materiaaliin. Paketissa on valmiina lähinnä itseopiskelijalle soveltuva *yleiskäyttöliittymä*, joka vastaa aihepiirin sisäistä rakennetta.

Käytettäessä pakettia jollakin kurssilla on luontevaa laatia kurssin aikataulun mukainen käyttöliittymä, jolloin opiskelija suoraan näkee, mitä asioita kurssilla missäkin vaiheessa on esillä. Tähän voidaan liittää myös linkit niihin harjoitustehtäviin, jotka tietyn viikon aikana tai tietyllä tunnilla on tarkoitus käsitellä. Kurssi voi myös olla pakettia suppeampi, jolloin mukaan linkitetään vain se materiaali, mikä kurssiin kuuluu.

Kokeilukurssia varten on laadittu oma käyttöliittymä, jossa pohjana on kurssin viikkoaikataulu. Tämä — samoin kuin muutama muu käyttöliittymä — on nähtävissä *DelTa*-paketin [www-sivuilla](#).

Sisällön ja käyttöliittymän erottaminen toisistaan vastaa kirjan ja kurssin välistä eroa: saman kirjan pohjalta voidaan pitää useita erilaisia kursseja. Tausta-ajatuksena on pitää digitaalisen oppimateriaalin laatimiskustannukset kohtuullisina: koska jokaiselle kurssille ei tehdä alusta lähtien omaa materiaalia, joudutaan suuritöinen materiaalin kirjoittaminen tekemään vain kerran.

2.2 Tekninen toteutus

Teknisessä toteutuksessa lähtökohtana on ollut kaksi tavoitetta:

- kirjoittaa materiaalin lähdekoodi sellaiseen muotoon, että se säilyy tekniikan kehittyessä käyttökelpoisena mahdollisimman pitkään, ja konvertoida se tämän jälkeen kulloisenkin tekniikan tarjoamaan parhaaseen esitysmuotoon;

- laatia opiskelupaketti sellaiseen muotoon, että sitä voidaan käyttää verkossa, CD-ROMilta tai käyttäjän omaan koneeseen asennettuna mahdollisimman vähäisin muutoksin.

Ensimmäisen tavoitteen saavuttamiseksi suurin osa materiaalista on kirjoitettu matemaattisella ladontajärjestelmällä \LaTeX illa [6], joka on käytännössä saavuttanut standardin aseman. Dokumenteissa olevat hypertekstilinkit on toteutettu \LaTeX in keinoin `hyperref`-lisäpakettia käyttäen. Tällä hetkellä materiaalia luetaan `www`-selaimella HTML-muodossa, johon se on konvertoitu `TeX4ht`-ohjelmalla [7].

Osa materiaalista on laadittu laskentaohjelmalla, rinnakkaiset versiot `Mathematica`lla ja `Maple`lla. Dokumentit ovat mukana kahdessa muodossa, alkuperäisinä laskentaohjelmadokumentteina ja HTML-muotoon muunnettuina. Edellisiä opiskelija voi muokata, laskea uudelleen jne., mikäli hänellä on kyseinen ohjelma käytettävissään. Jälkimmäisiä luetaan `www`-selaimella, mutta muokkaaminen ei ole mahdollista.

Konvertointiprosesseissa on käytetty myös skriptiohjelmointia.

Differentiaaliyhtälöiden ratkaisukäyrien piirtämiseen tarkoitettu demonstraatiotyökalu *DiffEqWeb* on Java-kielellä laadittu sovelma (applet). Ensimmäisen kertaluvun ja tätä korkeampien kertalukujen differentiaaliyhtälöille on erilliset ohjelmat. Jälkimmäisessä yhtälö on syötettävä ensimmäisen kertaluvun normaaliryhmän muodossa.

Yksinkertaisimmillaan käyttöliittymän ohjelmoinnissa — esimerkiksi tiettyä kurssia varten — ei tarvita muuta kuin HTML-kielen perusrakenteita. Mutkikkaammissa tapauksissa joudutaan käyttämään myös Javascript-ohjelmointia.

3 Kokeilukurssi

3.1 Kokeilun tavoitteet

Tavoitteena kokeilukurssilla oli tutkia *DeIta*-paketin teknistä toimivuutta, opiskelijoiden suhtautumista tietotekniikan hyödyntämiseen opetuksessa ja opiskelussa sekä sitä, millaiseen opiskeluprosessiin tietotekniikan hyödyntäminen käytännössä johtaa.

Koska tietotekniikan ja verkkojen käyttö kuitenkin merkitsee varsin selvää muutosta perinteiseen luentopainotteiseen opetukseen, jouduttiin laajemmankin ongelman eteen: Miten verkkoja ja digitaalista materiaalia hyödyntävä kurssi oikeastaan pitäisi järjestää? Mikä tulisi olla kontaktiopetuksen ja opiskelijan itsenäisen työskentelyn suhde? Millaista ns. *virtuaaliopiskelun* tulisi olla? Tulisiko opiskelijan ottaa vastuuta omista opinnoistaan nykyistä enemmän?

Seurauksena oli, että kokeilukurssista tuli monessa suhteessa perinteisistä kursseista poikkeava. Tällä on myös haittansa: Ei ole välttämättä helppoa päätellä, mitkä tekijät vaikuttavat mihinkin havaituista ilmiöistä. Teknillisen korkeakoulun varsin tiiviissä opiskelurytmissä opiskelijoilla saattoi olla vaikeata orientoitua kokonaan uudenaikaiseen, muista samanaikaisista opinnoista poikkeavaan kurssiin.

3.2 Ennakkoinformaatio ja *DelTa*-paketin jakelu

Kokeilukurssi järjestettiin osana Teknillisen korkeakoulun matematiikan laajaa peruskurssia L2 [8] kevätlukukaudella 2001. Tämä on ensimmäisen vuoden opiskelijoille järjestetty kurssi, laajin korkeakoulun rinnakkaisista matematiikan peruskursseista. Oppilaita L2-kurssilla on vuosittain yleensä 200–300.

L2-kurssin keskimäinen, neljä viikkoa kestänyt kolmannes on yleensä käsitellyt differentiaaliyhtälöitä. Tämä valittiin kokeilun kohteeksi. Ensimmäisen ja viimeisen kolmanneksen osalta kurssi pidettiin normaaliin tapaan, mutta differentiaaliyhtälöosuudella järjestelyt olivat poikkeavat. Luennoitsijakin oli eri henkilö, tämän kirjoittaja Simo Kivelä.

Tulevasta kokeilusta ilmoitettiin opiskelijoille jo edeltävällä L1-peruskurssilla syyslukukauden lopulla, jotta poikkeaviin järjestelyihin osattaisiin ainakin henkisesti valmistautua. Informaatio uusittiin kevätlukukauden alussa L2-kurssin alkaessa ja siitä ilmoitettiin kurssin www-sivuilla ja uutisryhmässä. Ongelmana on, että läheskään kaikki opiskelijat eivät välttämättä käy luennoilla eikä informaation perille saaminen siten ole yksinkertaista.

Kevätlukukauden alussa järjestettiin *DelTa*-paketin jakelu. Opiskelija saattoi saada sen omaan koneeseensa verkon kautta FTP-siirtona tai sen saattoi tilata CD-ROMilla, jos käytettävissä ei ollut riittävän nopeaa linjayhteyttä. Lisäksi paketti oli käytettävissä www-tekniikalla verkkodokumenttina, ja se asennettiin korkeakoulun Unix-työasemiin, missä se oli opiskelijoiden vapaassa käytössä.

Paketin käyttöliittymä muodostui johdantosivun lisäksi neljästä viikkosivusta, joilla oli johdatus viikon aiheisiin ja linkit vastaavaan materiaaliin. Nämä valmistuivat vasta kurssin edetessä ja niiden jakelu kotikoneisiin järjestettiin kurssin www-sivujen kautta.

Edeltävän syyslukukauden aikana opiskelijoille oli peruskurssilla L1 opetettu Mathematica-ohjelmiston käytön alkeet. Ohjelma on vapaasti käytettävissä korkeakoulun Unix-työasemissa. Lisäksi opiskelijoille järjestettiin mahdollisuus hankkia ohjelman opiskelijaversio omaan koneeseen asennettavaksi.

3.3 Kokeilukurssin rakenne

Normaalisti L2-kurssilla on luentoja kahdeksan tuntia viikossa neljälle päivälle jaetuna. Lisäksi on keskimäärin viisi tuntia harjoituksia, joista yksi tietokoneluokassa. Ainakin periaatteessa edellytetään, että opiskelijat tekevät myös itsenäistä kotityötä laskemalla harjoitustehtäviä, joita viikko-ohjelmaan kuuluu 10–12.

Kokeilukurssilla, ts. kevätlukukauden keskimmaisella kolmanneksella järjestelyt olivat seuraavat:

- *Luentoja* pidettiin edelleen kahdeksan tuntia viikossa, mutta nämä profiloitiin selkeästi erilaisiksi:
 - Viikko aloitettiin sen aihepiiriin johdattavalla kahden tunnin *aloitushuennolla*, jossa pyrittiin antamaan yleiskuva viikon ohjelmaan kuuluvista

asioista. Tavoitteena oli, että opiskelijat tämän jälkeen ovat kykeneviä omin päin opiskelemaan asiat yksityiskohtaisesti *DelTa*-pakettia käyttäen.

- Kahtena seuraavana päivänä pidettiin ns. *keskusteluluento*, kestoltaan kumpikin kaksi tuntia, joissa oli tarkoituksena käsitellä aihepiirin yksityiskohtia lähtökohtana opiskelijoiden kohtaamat vaikeudet. Keskusteluluennoista todettiin heti aluksi, että niiltä voi aivan hyvin olla pois, mikäli tuntee ymmärtävänsä asiat.
- Viikko päättyi kahden tunnin *yhteenvetoluento*on, jossa esitettiin syventävä katsaus viikon aiheisiin ja pyrittiin antamaan esimerkkejä sovelluksista, missä esitetyt asiat tulevat käyttöön.
- Unix-tietokonealuokassa pidettiin viikoittain kolmen tunnin *tietokoneharjoitus*. Rinnakkaisia ryhmiä oli useita, kooltaan 20–25 henkeä. Ohjaamassa oli yksi assistentti ryhmää kohden. Harjoituksen aikana tuli ratkaista ennakkoon annettu harjoitustehtävä Mathematicaa käyttäen, täydennettävä laskentadokumentti työselostukseksi ja jätettävä se sähköpostitse tarkastettavaksi. Tehtävän laajuuteen nähden aikaa oli suhteellisen runsaasti: tarkoitus olikin, että sen aikana voi myös selata *DelTa*-pakettia, opiskella asioita oman harkinnan mukaan, pyytää assistentilta tarvittaessa apua. Osallistuminen ei ollut pakollista; halutessaan työn saattoi tehdä myös kotikoneella.
- Viikoittain annettiin ratkaistavaksi seitsemän *kotilaskutehtävää*, joiden ratkaisut esitettiin kahden tunnin laskuharjoituksessa. Kunkin tehtävän laski taululle opiskelija ja tehtävistä oli mahdollista keskustella harjoituksessa. Harjoitusryhmien kokoonpano oli sama kuin tietokoneharjoituksissa.
- Koska opiskelijat usein pitävät tavallisia kotilaskutehtäviä alkuunpääsyn kannalta liian vaikeina, *DelTa*-paketin viikkosivuilla annettiin laajahko kokoelma ainakin osittain varsin helppoja tehtäviä, ja opiskelijoita kehoitettiin laskemaan näistä 3–5 tehtävää oman valinnan mukaan ns. *työkirjaan*. Työkirjan lehdet jätettiin viikoittain oman ryhmän assistentin arvosteltaviksi.

Luennot pidettiin salissa, jossa oli käytettävissä tietokone, verkkoyhteys ja datan projisointi liitutaulun ja piirtoheittimen lisäksi. *DelTa*-pakettia Mathematica-dokumentteineen saatettiin siten vapaasti selata. Myös piirtoheitin ja liitutaulu olivat tarvittaessa käytössä, jälkimmäinen lähinnä eräiden teoreemojen todistamiseen.

Ennen ensimmäistä varsinaista luentoa pidettiin ns. tekninen luento, jossa opetettiin käyttämään tarvittavaa tietotekniikkaa ja erityisesti *DelTa*-pakettia.

Tietokoneharjoitusten dokumenteista, lasketuista kotilaskuharjoituksista ja lasketuista työkirjatehtävistä annettiin pisteitä, joilla oli vaikutus koko L2-kurssin arvosanaan, mutta joita on hyödynnetty myös tehdyssä seurantatutkimuksessa. Pistemaksimit em. harjoitustyypeissä olivat 16, 32 ja 16.

Kokeilujakson päätteeksi pidettiin neljä tehtävää käsittänyt välikoe, maksimina $4 \times 6 = 24$. Koko L2-kurssin arvosana perustui kaikkiaan kolmessa välikokeessa saatuihin pisteisiin ja erilaisista laskuharjoituksista saatuihin pisteisiin, jotka lisättiin välikoepisteisiin 12:lla jaettuina.

3.4 Seurantatutkimus

Ennen kokeilukurssin alkua toteutettiin alkukysely opiskelijoiden taustojen ja ennakoasenteiden kartoittamiseksi, kurssin päätteeksi vastaavasti loppukysely. Kaikista luennoista ja harjoituksista kerättiin tiedot opiskelijoiden läsnäolosta. Lisäksi opiskelijoiden tietokonetyöskentelyä seurattiin ja heitä haastateltiin tietokoneharjoituksissa ongelmien ja tuntemusten selvittämiseksi.

Seuraavassa on yhteenveto mielenkiintoisimmiksi osoittautuneista tuloksista. Tuloksissa on piirteitä, jotka ilmeisestikään eivät niinkään karakterisoi kokeilukurssia vaan yleensä opiskelua Teknillisessä korkeakoulussa. Vertailu johonkin normaalikurssiin voisi olla hyvin tarpeen, mutta yhtä seikkaperäisiä tutkimuksia näistä ei ole tehty.

3.4.1 Opiskelijamäärä

Kevätlukukauden alussa L2-kurssille ilmoittautui 209 opiskelijaa. Kurssin ensimmäisen kolmanneksen päätteeksi pidettyyn välikokeeseen osallistui kuitenkin vain 184. Kerätessä erilaista dataa kokeilukurssin aikana tavoitettiin edes jollakin tavalla vain 180 opiskelijaa. Kokeilukurssin päätteeksi pidetyssä välikokeessa osanottajia oli 171. Matkalla siis tapahtuu katoa, jonka syistä ei tarkempaa tietoa ole. Ilmiö on kuitenkin melko yleinen kaikilla peruskursseilla.

Opiskeluaktiivisuus kokeilukurssilla saattoi ilmetä 1) luennoille osallistumisena, 2) tietokoneharjoitusten dokumenttien laatimisena, 3) kotilaskujen laskemisena tai 4) työkirjan tekemisena. Kaikilla alueilla aktiivisuus ei ole välttämätöntä; eri yksilöiden opiskelutavat voivat ja toki saavatkin poiketa toisistaan. Jos aktiivisuutta mitataan läsnäolona luennoilla ja saatuina harjoituspisteinä, on kaikilla neljällä alueella alle 25 prosentin aktiivisuutta osoittaneita kuitenkin huolestuttavan paljon: 50 opiskelijaa. Ilmiö on jälleen kokeilukurssia yleisempi ja vaatisi tarkemman tutkimuksen.

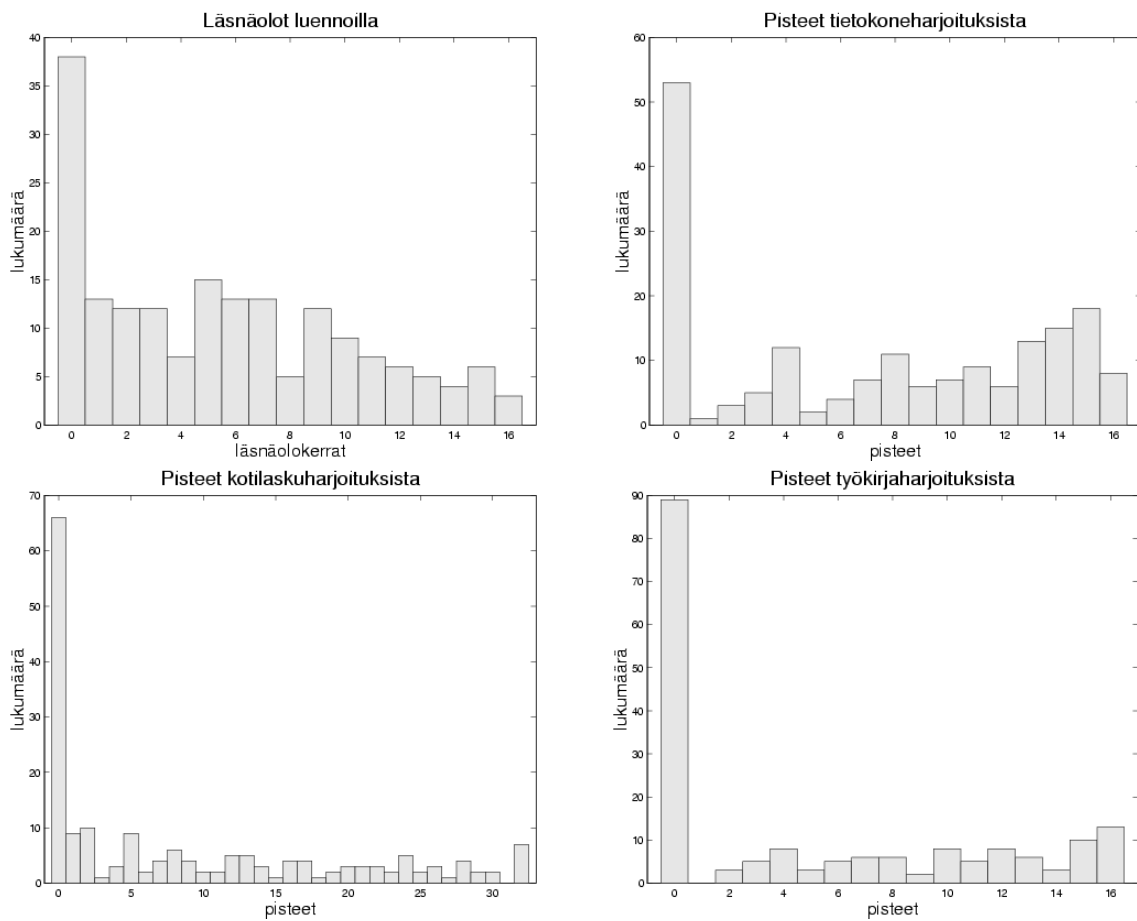
Kuvan 1 jakaumat kuvaavat aktiivisuutta kullakin osa-alueella. Huomaa erityisesti jokaisen jakauman korkea 0-pylväs.

Kuvassa 2 on esitetty läsnäolijoiden määrät luennoilla. On selvästi nähtävissä, että läsnäoloa keskustelulukennoilla ei katsottu välttämättömäksi. Kaikkiaan luento-osallistuminen jää yllättävän vähäiseksi. Edes ensimmäisellä luennolla, jossa selviteltiin, millaisesta kurssista on kyse ja miten *DelTa*-paketti teknisesti toimii, ei läsnä ollut kuin hieman alle puolet kurssille ilmoittautuneista.

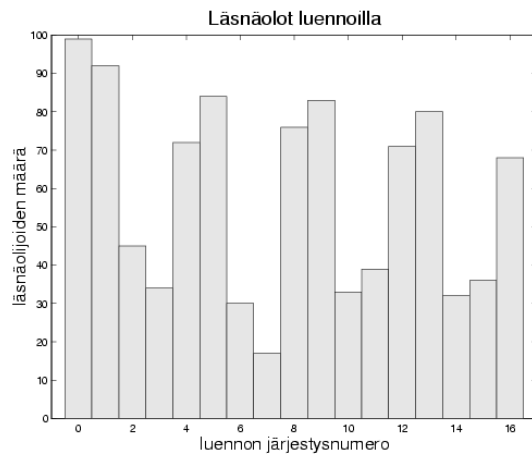
3.4.2 Tietotekniikan käyttö

Opiskelijoiden tietoteknisiä valmiuksia kartoitettiin sekä alku- että loppukyselyssä.

Kaikilla opiskelijoilla oli (tai ainakin piti olla) takanaan syyslukukauden alussa pidetty johdantokurssi tietokoneen, Unix-ympäristön, www-selaimen, sähköpostin yms. käytöstä. Näitä taitoja ei kyselyissä erikseen kartoitettu, koska niiden voidaan katsoa kuuluvan opiskelukulttuuriin, johon kaikki perehdytetään heti aluksi.



Kuva 1: Läsnaolo- ja pistejakaumat. Pylväät osoittavat niiden opiskelijoiden lukumäärää, joilla on vaaka-akselin läsnaolomäärä tai pistemäärä.



Kuva 2: Läsnaolo luennoilla. Pylväät osoittavat luennoilla olleiden opiskelijoiden lukumäärän aikajärjestyksessä.

Alkukyselyssä 132 opiskelijaa ilmoitti käyttäneensä Mathematica-ohjelmaa ennen kurssia. Tämä on yllättävän vähän, koska kaikilla olisi pitänyt olla Mathematica-kokemusta esitietona olleen L1-kurssin pohjalta.

Kotitietokone oli 125 opiskelijalla.

Jokin matemaattinen laskentaohjelma (ei välttämättä *DelTa*-paketissa tuettu) oli kotikoneeseen asennettuna kurssin alussa 41 opiskelijalla. Mathematican vuoden voimassa olevan opiskelijalisenssin (400 mk) oli valmis lunastamaan 13, kielteisesti suhtautui 132. Yksinomaan korkeakoulun koneisiin Mathematican käytössä katsoi voivansa turvautua 122. Kurssin lopussa Mathematica oli 57 opiskelijan kotitietokoneessa.

Kotikoneeseen asennettu *DelTa*-paketti oli 59 opiskelijalla, verkon kautta pakettia ilmoitti käyttäneensä 55, vain koululla pakettia käytti 25. Kysymykseen ei loppukyselyssä lainkaan vastannut 51. Kurssin kuluessa toimitettuja paketin viikkosivuja ei omaan koneeseen lainkaan asentanut 59 opiskelijaa ja asiaa koskevaan kysymykseen jätti vastaamatta 45. Asennusvaikeuksia oli jonkin verran, mutta näiden syyt jäivät epäselviksi.

3.4.3 Opiskelutyylit

Tietokoneen käyttö matematiikan opetuksessa kokeilukurssin laajudessa merkitsee muutosta niihin tapoihin, joilla matematiikkaa opiskellaan. Jossain määrin muuttuvat myös asiasisällöt ja näkökulmat. Näin tulee ollakin, koska tietokoneet ja ohjelmistot tulevat varmastikin olemaan yhä yleisemmin käytettyjä työkaluja — kynän ja paperin ohella.

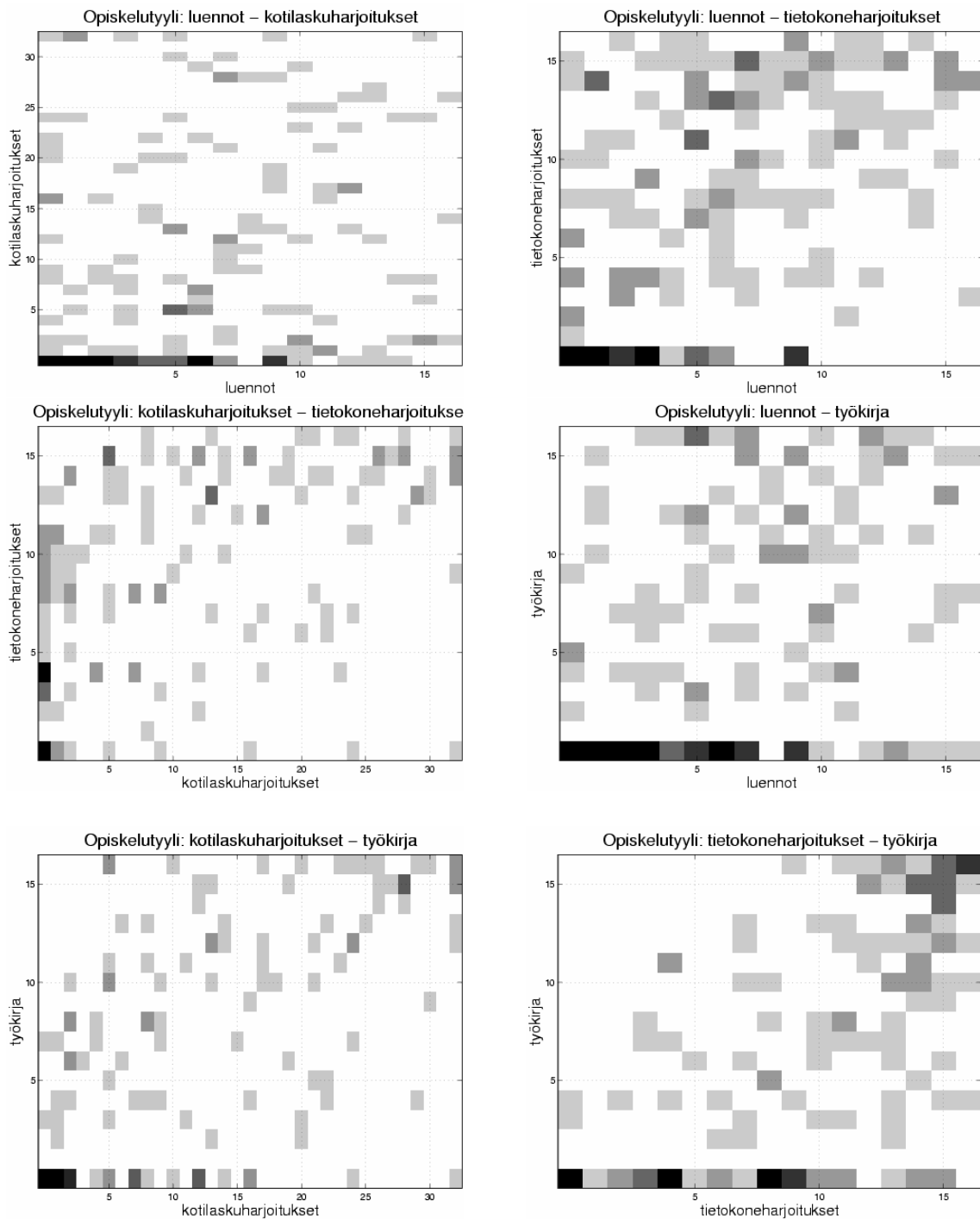
Kokeilukurssilla opiskelija saattoi keskittyä yhteen tai useampaan seuraavista neljästä opiskelutavasta: 1) luentojen seuraamiseen, 2) tietokoneharjoituksiin, 3) perinteisten kotilaskutehtävien laskemiseen tai 4) omien valintojen mukaan laaditun työkirjan tekemiseen. Työkirjaan saattoi ratkaista tehtäviä sekä perinteiseen tapaan kynällä ja paperilla että tietokoneen avulla.

Voidaan kysyä, painottuiko opiskelijoiden työnteko jompaankumpaan suuntaan, tietokoneen käyttöön tai perinteiseen laskemiseen.

Kuvan 3 kuudessa diagrammissa on esitetty kaksiulotteisina jakaumina opiskelijoiden työntöön vertailu minkä tahansa em. opiskelutavoista muodostettujen parienvälillä.

Jakaumien mukaan monet ovat saaneet pisteitä tietokoneharjoituksista, vaikka luennoille osallistuminen tai kotilaskuharjoitusten laskeminen on saattanut jäädä vähäiseksi. Työkirjan tekeminen on usein jäänyt vähäiseksi tietokoneharjoitusten tekijöille.

Kotilaskuharjoitusten pisteet ovat saattaneet jäädä vähäisiksi, vaikka työkirjaan onkin tehtäviä laskettu. Tähän lienee kahdenlaisia syitä: Työkirjaan saattoi valita helppoja tehtäviä, kun taas kotilaskuharjoituksia on usein pidetty vaikeina ja kaivattu niihin lisää helppoja perustehtäviä. Toisaalta pisteiden saaminen kotilaskuharjoituksista on edellyttänyt valmiutta tehtävän taululla esittämiseen, mikä on saattanut nostaa kynnyksen.



Kuva 3: Kaksiulotteiset jakaumat opiskelijoiden työnteosta. Akseleilla on läsnäolo luennoilla tai harjoituksista saadut pisteet. Täplät osoittavat opiskelijoiden sijoittumista kyseiseen koordinaatistoon. Mitä useampi opiskelija sijoittuu samaan pisteeseen, sitä tummempi täplä on. Täysin musta tarkoittaa, että opiskelijoita on kyseisessä kohdassa viisi tai enemmän.

Kaikissa jakaumissa esiintyy opiskelijoita oikeassa ylänurkassa, mikä osoittaa, että joukossa on samanaikaisesti monella eri tavalla opiskelevia henkilöitä. Toisaalta jakaumien mustimmat kohdat ovat yleensä origon lähellä: kyseessä ovat opiskelijat, joiden työskentely ei ilmene oikeastaan millään tavalla.

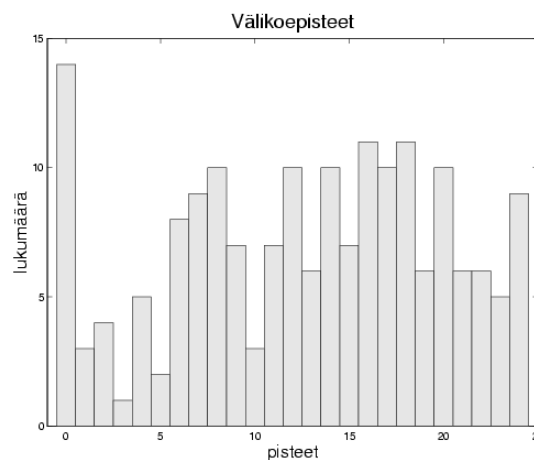
Jos poimitaan se opiskelijajoukko, joka ainakin jonkin opiskelutavan mukaisesti kuuluu aktiivisimpaan kolmannekseen, saadaan kaikkiaan 98 opiskelijaa. Näistä 19 kuuluu jokaisen opiskelutavan aktiivisimpaan kolmannekseen. Lisäksi 13 opiskelijaa kuuluu aktiivisimpaan kolmannekseen kaikissa muissa suhteissa paitsi luentoaktiivisuudessa. Opiskelijoita, jotka millään alueella eivät yltäneet aktiivisimpaan kolmannekseen, oli 82. Heistä oli 47 sellaista, jotka millään alueella eivät ylittäneet neljää harjoituspistettä tai neljää luentoläsnäoloa, ja 23 sellaista, jotka sijaitsivat origossa, ts. eivät käyneet ainoallakaan luennolla tai saaneet ainuttakaan laskuharjoituspistettä.

Vaikka opiskelijat jossain määrin jakautuvatkin tietokoneen käyttäjiin ja perinteisellä tyyllillä opiskelijoihin, paljon selkeämpi ja huolestuttavampi on polarisoituminen monipuolisesti opiskeleviin ja lähes täysin opiskelemattomiin.

Opiskelun kannalta oleellista on kuitenkin asioiden omaksuminen, ei tapa, millä se on tehty. Kaikilla kriteereillä epäaktiivisten joukossa olikin muutama, jotka selvisivät hyvin kurssin jälkeisessä välikokeessa.

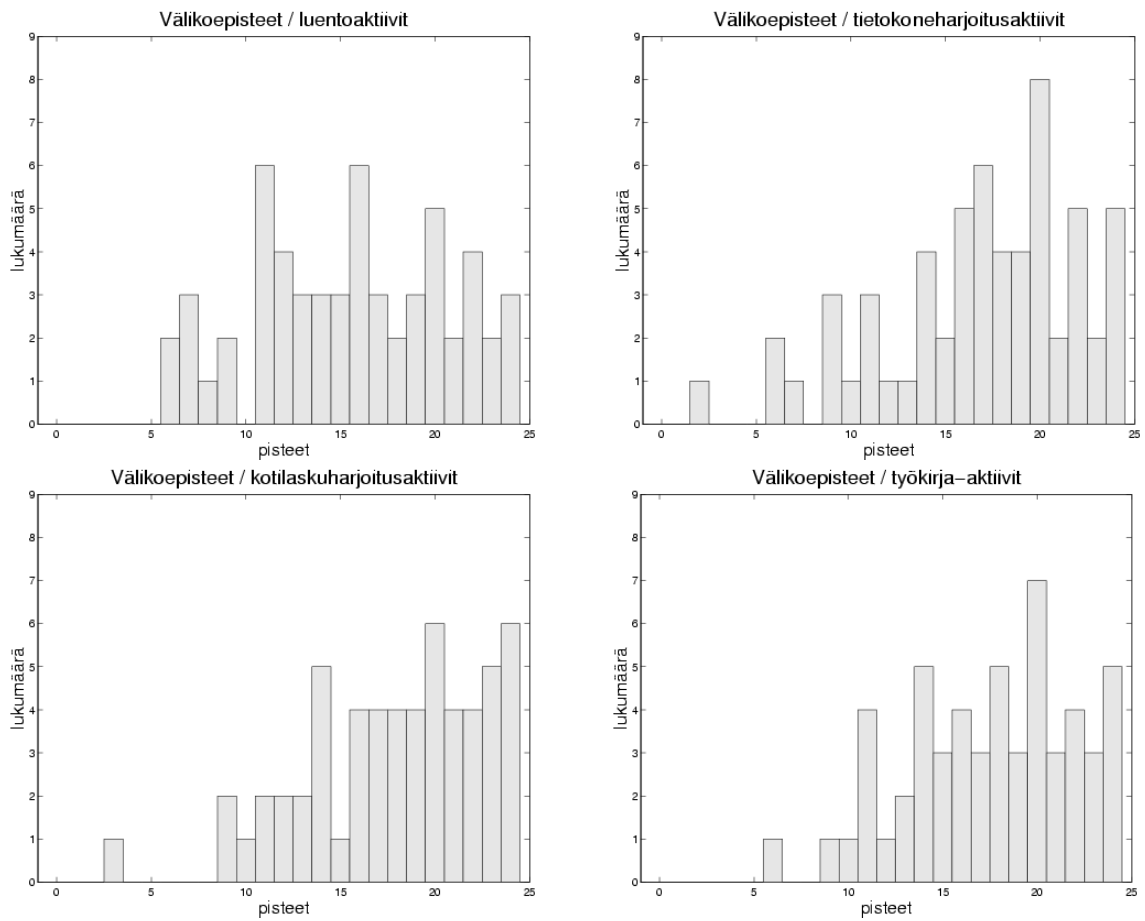
3.4.4 Välikoepisteet

Kokeilujakso päättyi välikokeeseen, jonka tehtävät olivat varsin perinteiset ja joiden ratkaiseminen tapahtui kynällä ja paperilla. Mahdollisuutta kokeen järjestämiseen edes osittain tietokoneen ääressä ei ollut. Tehtävät pyrittiin kuitenkin laatimaan siten, että tietokoneen ääressä hankitut ajattelumallit olisivat hyödyksi.

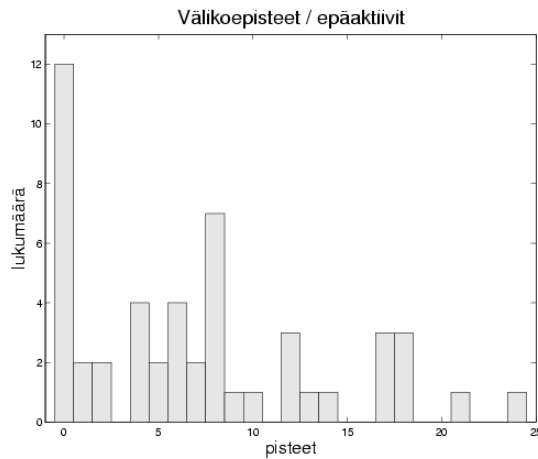


Kuva 4: Välikokeen pistejakauma. Vaaka-akselilla pisteet, maksimina 24, ja pysty-akselilla pistemäärän saaneiden lukumäärä.

Koko välikokeen jakauma on kuvassa 4. Kuvassa 5 on erikseen jakaumat niistä, jotka luentojen, tietokoneharjoitusten, kotilaskuharjoitusten tai työkirjan perusteella kuuluvat aktiivisimpaan kolmannekseen.



Kuva 5: Eri kriteereillä aktiivisimpaan kolmannekseen kuuluvien opiskelijoiden välikoepistejakaumat. Eri jakaumissa on yhteisiä henkilöitä, koska sama henkilö voi olla aktiivinen monella tavalla.



Kuva 6: Välikokeen pistejakauma opetukseen lähes täysin osallistumattomien henkilöiden osalta.

Kuvassa 6 on välikoepistejakauma opiskelijoista, jotka kaikissa suhteissa osoittivat enintään neljänneksen aktiivisuutta. Täydet pisteet saanut henkilö ei ole osallistunut millään tavoin luentoihin eikä saanut pisteitä laskuharjoituksista.

3.4.5 Opiskelijoiden mielipiteet

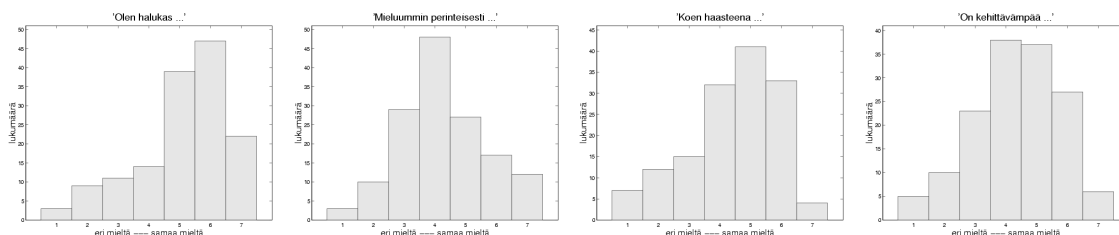
Kurssin alkukyselyssä selvitettiin tietoteknisiä valmiuksia laitteiden, ohjelmistojen ja taitojen osalta sekä asennoitumista tietotekniikan opetuskäyttöön. Kurssin päätteeksi järjestettiin vastaavanlainen kysely, jolla pyrittiin selvittämään kokeilussa esiintyneitä ongelmia, *DelTa*-paketin käyttökelpoisuutta, syntyneitä opiskelutapoja ja kokeilun herättämiä tuntemuksia. Kyselyillä ei tavoitettu kaikkia eivätkä kaikki vastanneet kaikkiin kysymyksiin. Vastaaajia oli kysymyksestä riippuen yleensä 130–150.

Kummassakin kyselyssä oli mukana väittämiä, joihin opiskelijoita pyydettiin ottamaan kantaa seitsenportaisessa samaa mieltä – eri mieltä -asteikossa (1 = eri mieltä, 7 = samaa mieltä).

Lisäksi opiskelijoiden mielipiteitä kerättiin haastatteleamalla viikoittain tietokoneharjoituksissa muutamia opiskelijoita. Myös kurssin uutisryhmässä syntyi keskustelua, johon luennoitsijakin osallistui muutamalla puheenvuorolla.

Alkukyselyssä pyrittiin luotaamaan opiskelijoiden asenteita tietokoneavusteiseen opiskeluun seuraavilla väitteillä (kuva 7):

- 'Olen halukas kokeilemaan tietokoneavusteista matematiikan opiskelupakettia matematiikan peruskurssilla.'
- 'Opiskelen mieluummin perinteisesti kuin tietokoneavusteisesti.'
- 'Koen tietokoneavusteisen opiskelupaketin haasteena.'
- 'Uskon, että tietokoneavusteinen opiskelu on kehittävämpää kuin kirjasta opiskelu.'

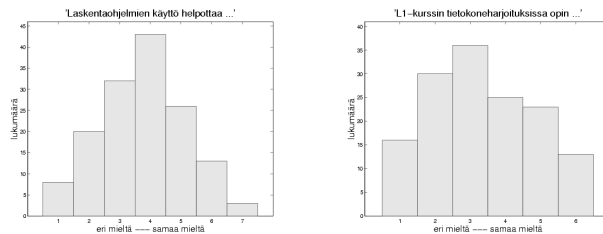


Kuva 7: Opiskelijoiden asenne tietokoneavusteiseen opiskeluun ennen kokeilukurssia.

Tulokset osoittavat, että ainakaan rohkeutta ja uskoa tietokoneavusteisuuteen ei puutu, vaikka perinteisestäkin mielellään pidetään kiinni. Loppukyselyssä ei vastaavia kysymyksiä sellaisinaan tehty, mutta kysymykseen 'Pidätkö tietokoneavusteista opetusta yleensä hyvänä opetusmenetelmänä?' vastasi myönteisesti 81 ja kielteisesti 48. Ainakaan merkittävästi ei siis kokeilu ole asennoitumista muuttanut.

Matemaattisten ohjelmien käyttöön ei yhtä paljon uskota (kuva 8), mahdollisesti aiempien kokemusten perusteella. Alkukyselyn väitteet olivat seuraavat:

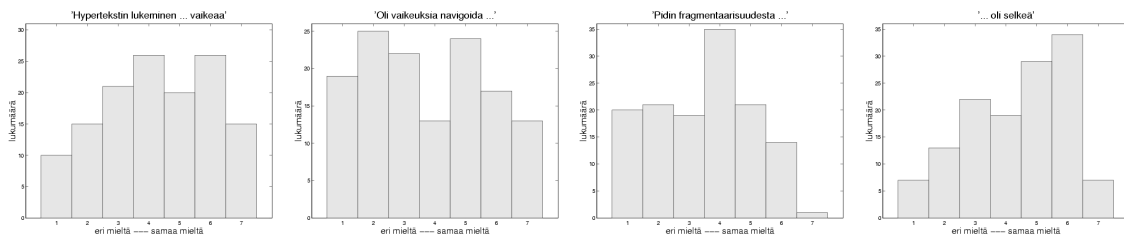
- 'Mielestäni matemaattisten laskentaohjelmien käyttö helpottaa ratkaisevasti matematiikan opiskelua.'
- 'Mielestäni opin L1-kurssin tietokoneharjoituksissa matematiikan kannalta olennaisia asioita.'



Kuva 8: Opiskelijoiden näkemykset matemaattisista ohjelmista opiskelun apuna.

Tietokone on välineenä erilainen kuin kirja, eikä ole mielekästä käyttää kuvaruutua vain kirjan korvikkeena. Tietokoneen käytössä onkin löydettävä käyttötavat, jotka hyödyntävät välineen mahdollisuudet ja tuovat jotakin lisäarvoa. Kyseessä on uusi kulttuuri, johon sekä opettajan että opiskelijan on opittava. *DelTa*-paketti ei varmastikaan ole lopullinen ratkaisu, mutta suhteellisen hyvän vastaanoton paketti opiskelijoilta sai (kuva 9). Loppukyselyssä esitettiin seuraavat väitteet:

- 'Hypertekstin lukeminen oli minulle vaikeaa.'
- 'Minulla oli vaikeuksia navigoida *DelTa*-paketissa.'
- 'Pidin *DelTa*-paketin fragmentaarista rakenteesta.'
- 'Mielestäni *DelTa*-paketti on luettavuudeltaan selkeä.'



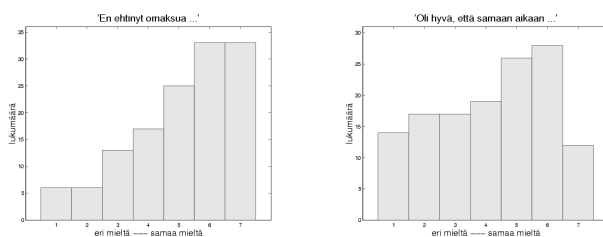
Kuva 9: *DelTa*-paketin arviointi.

Hypertekstin lukemisessa esiintyy vaikeuksia, ainakin joillakin on paketin rakenteen hahmottaminen ja siinä navigointi vaikeaa, fragmentaarista rakenteesta ei oikein pidetä. Kuitenkin pakettia voittopuolisesti pidetään luettavuudeltaan selkeänä. Väitteen sanamuoto tosin on sellainen, että ei voi olla varma, onko vastattaessa

ajateltu paketin rakennetta vai yksittäisten sivujen ulkoasua. Suhtautumisessa tietokonepohjaisiin opiskelupaketteihin tapahtuu varmasti muutoksia, kun niitä opitaan laatimaan ja toisaalta totutaan lukemaan.

Tietotekniikan ja matematiikan samanaikaista opiskelua käsittelevät seuraavat väitteet (kuva 10):

- 'En ehtinyt omaksua differentiaaliyhtälöitä riittävän hyvin, koska aikaa kului tekniikan (*DelTa*, *Mathematica*) kanssa.'
- 'Oli hyvä, että kurssilla käsiteltiin samaan aikaan matematiikan sisältöä ja tietotekniikkaan liittyviä asioita.'

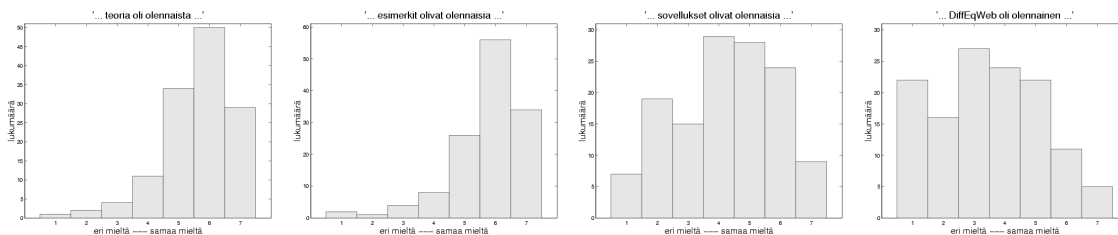


Kuva 10: Matematiikan ja tietotekniikan samanaikainen opiskelu.

Tietotekniikan omaksumisen koettiin häirinneen differentiaaliyhtälöiden opiskelua, mutta toisaalta samanikaisuutta pidettiin voittopuolisesti hyvänä. Voidaan kuitenkin kysyä, mitä 'differentiaaliyhtälöiden omaksumisen' on mielletty tarkoittavan. Keskusteluissa opiskelijoiden kanssa ilmeni, että sillä usein tarkoitettiin käsinratkaisumenettelyjä, jolloin esiin tullut näkemys on varsin luonnollinen. Ehkä tietokoneaikakautena tulisi kuitenkin painottaa toisaalta kvalitatiivisia ominaisuuksia, ts. teoriaa, ja toisaalta ohjelmistojen käyttöön perustuvia ratkaisumenettelyjä.

DelTa-paketin osioista teoriaa ja esimerkkejä pidettiin tärkeinä (kuva 11). Vähemmän kannatusta saivat sovellukset ja demonstraatiotyökalu *DiffEqWeb*. Tämä antaa aihetta tiettyyn ihmetykseen, koska differentiaaliyhtälöt ovat monien tekniikan alojen työkaluja ja *DiffEqWeb* antaa mahdollisuuden kvalitatiivisiin tarkasteluihin. Syynä saattaa olla kurssikokeiden rakenne: sovelluksista ei ole ollut tapana esittää tehtäviä eikä *DiffEqWeb* ole koetilanteessa saatavilla. Väitteet olivat seuraavat:

- '*DelTa*-paketin teoria oli differentiaaliyhtälöiden oppimisen kannalta olennaista.'
- '*DelTa*-paketin esimerkit olivat differentiaaliyhtälöiden oppimisen kannalta olennaisia.'
- '*DelTa*-paketin sovellukset olivat differentiaaliyhtälöiden oppimisen kannalta olennaista.'
- '*DiffEqWeb* oli differentiaaliyhtälöiden oppimisen kannalta olennainen.'

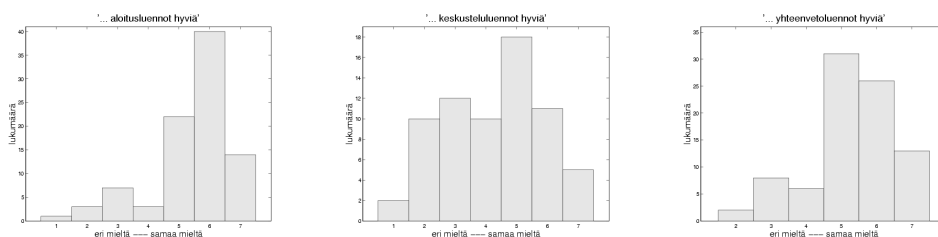


Kuva 11: *Delta*-paketin eri osioiden merkitys.

Luennot poikkesivat varsin paljon totutusta (erityisesti muusta L2-kurssista), koska niillä aihepiiriä ei käyty kokonaisuudessaan johdonmukaisessa järjestyksessä lävitse ('ei kerrottu tarinaa'), vaan pyrittiin antamaan eväät itsenäiseen opiskeluun ja toisaalta auttamaan vaikeuksien syntyessä. Tästä huolimatta luentoihin oltiin kuitenkin suhteellisen tyytyväisiä (kuva 12). Väitteisiin

- 'Mielestäni aloitusluennot olivat hyviä.'
- 'Mielestäni keskusteluluennot olivat hyviä.'
- 'Mielestäni yhteenvetoluennot olivat hyviä.'

ottivat kantaa vain ne, jotka olivat luennoilla käyneet.



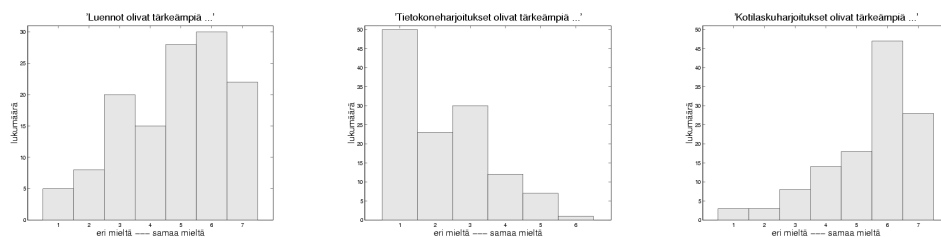
Kuva 12: Tyytyväisyys luentoihin.

Keskusteluluentojen arvio jää alemmaksi kuin muiden. Syynä lienee, että luontevaa työskentelytapaa ei oikein saavutettu: opiskelijoilla oli erittäin vähän kysyttävää, pikemminkin odotettiin, että luennoitsija päättää esittää jotakin, kuten sitten usein tapahtuikin.

Kurssin eri osien keskinäisestä tärkeysjärjestyksestä esitettiin seuraavat väitteet (kuva 13):

- 'Luennot olivat tärkeämpiä kuin muut kurssin osa-alueet.'
- 'Tietokoneharjoitukset olivat tärkeämpiä kuin muut kurssin osa-alueet.'
- 'Kotilaskuharjoitukset olivat tärkeämpiä kuin muut kurssin osa-alueet.'

Tietokoneharjoitukset miellettiin selvästi vähemmän tärkeiksi kuin luennot ja kotilaskuharjoitukset. Syitä lienee kaksi: Käsin laskemiseen on totuttu ja se mielletään

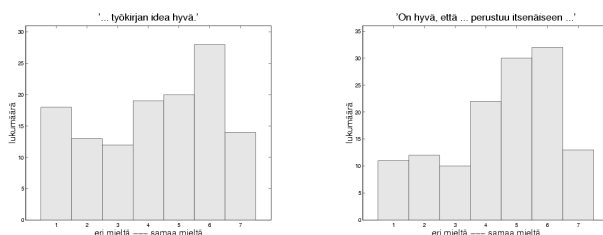


Kuva 13: Kurssin eri osien tärkeys.

luonnolliseksi tavaksi matematiikan opiskelussa. Tietokoneharjoituksissa väistämättä painottuu ohjelmiston syntaksin opettelu matematiikan kustannuksella. Varsin selvää onkin, että tietokoneharjoituksissa joudutaan vielä hakemaan sopivia työskentelytapoja ja näkökulmia. Luentojen tärkeänä pitäminen ei kuitenkaan johtanut kovinkaan uutterraan läsnäoloon!

Työkirjan laatimisen tarkoituksena oli totuttaa opiskelijoita itsenäiseen ja oma-aloitteiseen työntekoon sekä antaa mahdollisuus aloittaa sen tasoisista tehtävistä, kuin itselle tuntui sopivalta. Kyseessä oli uusi, aiemmin kokeilematon idea. Mielenpiteet jossain määrin jakautuivat (kuva 14):

- 'Mielestäni työkirjan idea oli hyvä.'
- 'Pidän hyvänä, että matematiikan peruskurssi perustuu itsenäiseen työskentelyyn.'



Kuva 14: Työkirjaidea ja itsenäinen työskentely.

Itsenäiseen työskentelyyn eivät läheskään kaikki ole tottuneet. Käydyissä keskusteluissa kurssia kritisoitiinkin siitä, että 'siinä täytyi itse tehdä niin paljon'. Ja edelleen: 'Mieluummin istun luennoilla, kun joku opettaa, kuin yritän itse opetella ja ratkaista ongelmia.'

Rinnakkaislukemiseksi suositeltiin kahta vaihtoehtoista kirjaa, mutta näitä ilmoittivat varsin harvat käyttäneensä.

Haastatteluissa opiskelijoiden mielenpiteet vaihtelivat paljon. Sama asia nähtiin usein sekä positiivisena että negatiivisena. Ajan kuluessa, kun oli ehditty perehtyä *Del-Ta*-pakettiin ja omaksua uudenlaisia opiskelutapoja, mielenpiteet muuttuivat positiivisemmiksi.

Yhtenä kritiikin kohteena olivat tekniset ongelmat, vaikka niitä ei sen enempää esiinnytkään, kuin mitä tietokoneympäristöissä voidaan valitettavasti pitää normaalina erilaisista versioista ja yhtensopimattomuuksista johtuen. Osin oli kyse riittämättömistä tietoteknisistä taidoista. *DelTa*-paketista virheitä ei paljon löytynyt: yksi linkkivirhe ja yksi ohjelmointivirhe korjattiin kurssin aikana jakamalla *www*-sivuilla kahdesta tiedostosta uudet versiot.

DelTa-paketin hypertekstilinkitystä pidettiin toisaalta sekavana, toisaalta siitä myös pidettiin tiedon löytämisen helpottajana. Kyseessä lienee paljolti oppimiskysymys: hyperteksti on erilaista kuin kirja ja sen käyttöön on opittava. Mihin tarkoituksiin sen käyttö sopii, on pohtimisen ja kokeilemisen arvoista.

Jossain määrin keskustelua herätti laskentaohjelman käyttö työskentelyn välineenä. Tätä ei aina pidetty matematiikan opiskeluun kuuluvana, mutta esitettiin myös näkemyksiä, joissa laskentaohjelman katsottiin avanneen uusia hyödyllisiä näköaloja matematiikkaan. Mathematican hieman omalaatuisesta syntaksista ei paljoa valittu, vaikka ohjelman käyttö ei kaikille ollutkaan ennestään tuttua.

3.5 Johtopäätökset

Kyseessä oli ensimmäinen laajamittainen kokeilu, jossa digitaalista opiskelumateriaalia, tietokoneohjelmia ja verkkoja käytettiin osana perinteistä kurssia. Kokeiltavana oli itse asiassa kaksi eri asiaa, tosin väistämättä toisiinsa kytkeytyneinä: tieto- ja viestintätekniiikan hyödyntäminen ja painopisteen siirtäminen aiempaa suuremmassa määrin opiskelijan itsenäiseen työntekoon. Molempien mukana olo vaikeuttaa tulosten tulkitsemista, mutta on myös selvää, että mikäli tietotekniikkaa halutaan käyttää, sen rooli ei voi olla ainoastaan kirjan — tai opettajan — korvike. Itsenäisempää työskentelyä sen sijaan voitaisiin tietenkin kokeilla ilman tietotekniikkaakin.

Selviä ongelmia aiheutui siitä, että kokeilu oli keskellä perinteistä opetusta, jolloin vei aikansa ennen kuin opiskelijat ehtivät sopeutua uusiin työskentelytapoihin. Selkeämpää olisi pitää kokeilu kokonaan omana kurssinaan.

Kokeilun kohteena oli materiaalin käyttö yliopiston tiloissa aikataulun mukaisesti pidetyillä kursseilla uutena työskentelytapana, mutta osana perinteistä opetusta. Toinen mahdollisuus olisi jonkinlainen etäopiskeluympäristö, jolloin voitaisiin paremmin perusteiden puhua virtuaalikurssista. Tämä kokeilu on vielä tekemättä. Saadut kokemukset kuitenkin viittaavat siihen, että tällöinkään ei ole mahdollista luopua kontaktiopetuksesta, vaikka sen määrää ehkä voidaankin vähentää. Tekniikka ei korvaa opettajaa, vaikka voikin muuttaa hänen työnsä luonnetta.

Kokeilun tulosta voidaan kokonaisuutena pitää positiivisena: kun uusiin tapoihin oli opittu, työskentely alkoi useimmilta sujua, osalta jopa erittäin hyvin.

Ongelmaksi kuitenkin muodostui, että suhteellisen suuri osa opiskelijoista ei itse asiassa osallistunut opetukseen lainkaan. Tätä tuskin voidaan pitää kokeilusta johtuvana, koska huomattava osa ei edes käynyt katsomassa, mistä on kysymys. Kokeilu ja laajamittainen datankeruu on pikemminkin tuonut esiin yleisemmän, piiloon jääneen ongelman: läheskään kaikki eivät ole ymmärtäneet opiskelun luonnetta, oma-kohtaisen työnteon ja vastuunkantamisen tärkeyttä. Osasyynä on varmasti myös

kurssien aikataulu, jossa päällekkäisyyksiltä ei ole välttytty. On syytä erikseen tutkia, missä määrin samanlaisia ilmiöitä esiintyy perinteiseen tapaan pidetyillä isoilla peruskursseilla.

On selvää, että *DelTa*-paketti tarvitsee kehittämistä sekä rakenteellisesti että teknisesti. Paketin hypertekstiluonteen takia artikkeleiden tulisi olla nykyistä itsenäisempiä, mutta luonnollisella tavalla rajattua aihetta käsitteleviä erillisiä kokonaisuuksia. Näistä olisi voitava tulostaa helposti korkealaatuiset paperikopiot. Erillinen kysymys on, tulisiko pakettia laajentaa esimerkiksi liittämällä mukaan lauseiden todistuksia, jolloin ehkä luovuttaisiin kokonaan kirjan käyttämisestä rinnalla.

Verkkodokumenttien esitystekniikat tulevat varmasti kehittymään (esimerkiksi MathML [9]), mikä parantanee ruudulta luettavan tekstin laatua ja toisaalta pakottaa tekemään paketista uusia versioita.

Viitteet

- [1] *MatTa*-projekti, <http://www.math.hut.fi/matta/>.
- [2] *DelTa*-paketti, <http://matta.hut.fi/matta/delta.html>.
- [3] Simo K. Kivelä, Mika Spåra, Tietokoneet, ohjelmistot ja verkot matematiikan opetuksen välineinä; ss. 88–101, Aija Ahtineva (toim.), Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä, Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia, Turun yliopisto, Kasvatustieteiden tiedekunta, Julkaisusarja C:17, 2001.
- [4] Mathematica-ohjelma, <http://www.wri.com>.
- [5] Maple-ohjelma, <http://www.maplesoft.com>.
- [6] L^AT_EX, matemaattisen tekstin ladontajärjestelmä, <http://www.latex-project.org/>.
- [7] TeX4ht-konversio-ohjelma, <http://www.cis.ohio-state.edu/~gurari/TeX4ht/mn.html>.
- [8] Teknillisen korkeakoulun matematiikan perusopetus, <http://www.math.hut.fi/teaching/index.html.fi>.
- [9] MathML, Mathematical Markup Language, <http://www.w3.org/Math/>.