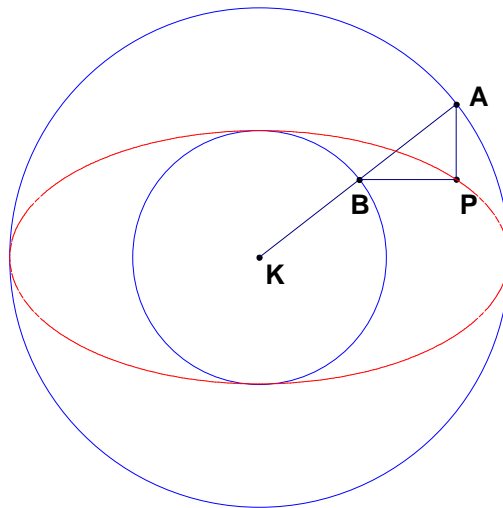


Ellipsin piirtäminen pisteittäin

Yksinkertaisia geometrisia konstruktioita, joilla ellipsi voidaan muodostaa pisteittäin, on paljon. Seuraavassa esitettävällä on läheinen yhteys ellipsille yleensä käytettävään parametriesitykseen.

Olkoon annettuna kaksi samankeskistä ympyrää. Näiden säteet ovat muodostettavan ellipsin puoliakselien pituudet. Olkoon lisäksi annettuna kaksi toisiaan vastaan kohtisuoraa suuntaa. Nämä määräävät ellipsin akseleiden suunnat. Seuraavassa näitä kutsutaan vaak- ja pystysuoriksi suunniksi.

Ympyröiden yhteisestä keskipisteestä K lähtevä säde leikatkaa ympyrät pisteissä A ja B . Asetetaan pisteen A kautta pystysuora ja pisteen B kautta vaakasuora suora; näiden leikkauspiste olkoon P . Kun säde kiertää täyden kierroksen, piirtää piste P ellipsin. Pienempi ympyröistä sivuaa ellipsiä sisäpuolisesti, suurempi ulkopuolisesti.



Olkoon ympyröiden keskipiste origo, ympyröiden säteet a ja b ($a > b$) ja säteen suuntakulma t . Tällöin on suorakulmaisten kolmioiden trigonometriallla nähtävissä, että pisteen P koordinaatit ovat

$$x = a \cos t, \quad y = b \sin t.$$

Tämä on yleisesti käytetty ellipsin parametriesitys. Säteen suuntakulmaa t kutsutaan myös *eksentriseksi anomaliaksi*. Koko ellipsi saadaan, kun $0 \leq t < 2\pi$.

Eo. kuvio on laadittu Cabri-Geometria-ohjelmalla. Cabri-dokumentissa voidaan pistettä A hiirellä siirtämällä kääntää sädettä KA , jolloin piste P liikkuu vastaavasti. Pisteen P ura saadaan näkyviin panemalla Cabrin *trace*-toiminto päälle.

Harjoitustehtäviä

Osoita, että syntyvä käyrä todella on ellipsi. Tutki, miten ympyröiden säteiden muuttaminen vaikuttaa ellipsin muotoon. Millainen ellipsi saadaan, jos konstruktiota muutetaan siten, että pisteen A kautta asetetaan vaakasuora ja pisteen B kautta pystysuora suora?

Linkkejä

Vastaava Cabri-dokumentti
Cabri-ohjeet

Simo K. Kivelä 11.02.2004