Kompleksilukujen kunta

Yhteen- ja kertolaskulla varustettu kompleksilukujen joukko $\mathbb{C}$ on algebralliselta struktuuriltaan *kunta* (kuten reaaliluvutkin). Tämän osoittamiseksi on todettava seuraavien *kunta-aksioomien* voimassaolo:

$$z_1 + z_2 = z_2 + z_1 \quad \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}; \tag{1}$$

$$z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3 \quad \forall z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}; \tag{2}$$

$$\exists 0 \in \mathbb{C} \quad \text{siten, että} \quad z + 0 = z \quad \forall z \in \mathbb{C}; \tag{3}$$

kyseessä on kompleksiluku *nolla* $0 = (0,0)$;

$$\forall z \in \mathbb{C} \quad \exists z' \in \mathbb{C} \text{ siten, että } z + z' = 0; \tag{4}$$

z' on luvun z *vastaluku*: jos $z = (x,y)$, niin $z' = (-x,-y)$; merkitään $z' = -z$;

$$z_1 z_2 = z_2 z_1 \quad \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}; \tag{5}$$

$$z_1(z_2 z_3) = (z_1 z_2) z_3 \quad \forall z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}; \tag{6}$$

$$\exists 1 \in \mathbb{C} \text{ siten, että } z \cdot 1 = z \quad \forall z \in \mathbb{C}; \quad 1 \neq 0; \tag{7}$$

kyseessä on kompleksiluku *ykkönen* $1 = (1,0)$;

$$\forall (z \in \mathbb{C}, z \neq 0) \quad \exists z' \in \mathbb{C} \text{ siten, että } zz' = 1; \tag{8}$$

kyseessä on *käänteisluku* $z' = z^{-1} = (\frac{x}{x^2+y^2}, -\frac{y}{x^2+y^2})$;

$$z_1(z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3 \quad \forall z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}. \tag{9}$$

Linkkejä

Kunnan käsite
Kompleksilukujen määrittely
Kunta-aksioomien todistaminen (Mathematica)

Simo K. Kivelä 21.04.2005