Kompleksiluvun juuren laskeminen

Olkoon laskettavana $w = \sqrt[6]{-64}$. Juurrettavan z itseisarvo on tällöin $= 64$ ja napakulma $\varphi = \pi$; napakoordinaattiesitys on $z = -64 = 64(\cos\pi + \mathrm{i}\sin\pi)$.

Juuren itseisarvo on tällöin $s = \sqrt[6]{64} = 2$ ja napakulma $\psi = \pi/6 + 2k\pi/6 = \pi(1+2k)/6$. Arvoilla $k = 0,1,2,3,4,5$ saadaan kulman ψ mahdolliset arvot

$$\frac{\pi}{6}, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{6}, \quad \frac{7\pi}{6}, \quad \frac{3\pi}{2}, \quad \frac{11\pi}{6}.$$

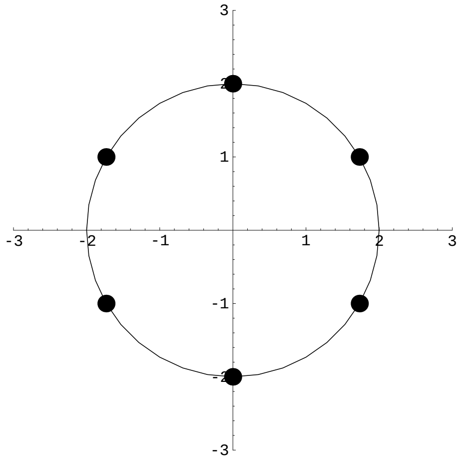
Arvoa $k = 6$ ei enää tarvitse ottaa huomioon, sillä se antaa arvon $13\pi/6$, mikä vastaa samaa napakulmaa kuin ensimmäinen arvo $\pi/6$. Myöskään tätä isommat tai negatiiviset arvot k eivät enää anna uusia napakulmia. Juuren arvot saadaan siten lausekkeesta $w = s(\cos\psi + \mathrm{i}\sin\psi)$ em. arvojen ψ avulla:

$$w_0 = \sqrt{3} + \mathrm{i}, \quad w_1 = 2\mathrm{i}, \quad w_2 = -\sqrt{3} + \mathrm{i},$$
$$w_3 = -\sqrt{3} - \mathrm{i}, \quad w_4 = -2\mathrm{i}, \quad w_5 = \sqrt{3} - \mathrm{i}.$$

Nämä saadaan myös lausekkeesta $w_k = w_0 u_6^k$, missä

$$u_6 = \cos\tfrac{\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\tfrac{\pi}{3} = \tfrac{1}{2}(1 + \sqrt{3}\mathrm{i}).$$

Alla oleva kuvio osoittaa juurten sijainnin kompleksitasossa.



Linkkejä

Kompleksilukujen juuret

Simo K. Kivelä 27.04.2005