# Algebran peruslause

*Kompleksikertoimiseksi polynomiksi* kutsutaan lauseketta

$$p(z) = \sum_{k=0}^{n} a_k z^k,$$

missä kertoimet $a_k$ ovat kompleksilukuja. Muuttuja $z$ on luonnollisinta ajatella kompleksiseksi. Kyseessä on siten funktio $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$.

Vastaavasti puhutaan *reaalikertoimisesta polynomista*, jos kertoimet $a_k$ ovat reaalilukuja. Reaalikertoiminen polynomi on kompleksikertoimisen erikoistapaus, ts. jokaista reaalikertoimista polynomia voidaan ajatella myös kompleksikertoimisena. Muuttuja $z$ voidaan tällöin ajatella joko reaaliseksi tai kompleksiseksi: kyseessä on funktio $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tai $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$.

Jos $a_n \neq 0$, on polynomin *asteluku* $\deg p = n$.

*Algebran peruslauseen* mukaan jokaisella vähintään ensimmäistä astetta olevalla kompleksikertoimisella polynomilla $p$ on ainakin yksi (reaalinen tai kompleksinen) nollakohta, so. on olemassa $z_1$ siten, että $p(z_1) = 0$.

Algebran peruslause ei päde reaalialueella: esimerkiksi polynomilla $z^2 + 1$ ei ole lainkaan nollakohtia reaalilukujoukossa $\mathbb{R}$. Kompleksilukujoukko onkin siinä mielessä reaalilukuja täydellisempi, että algebran peruslause saa yksinkertaisen muodon.

Algebran peruslause on luonnollisinta todistaa kompleksifunktioiden teorian pohjalta.

**Linkkejä**

Polynomin tekijöihin jako

*Simo K. Kivelä* 29.04.2005