

# Trigonometrian kaavat

Rautaisannos

Simo K. Kivelä

30.8.2011

# Peruskaava

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

Yhteenlaskukaavat

Kaksinkertaisen  
kulman kaavat

Sinin ja kosinin  
neliöt

Summat ja  
erotukset

$\tan(x/2)$ -kaavat

$$\sin^2 x + \cos^2 x$$

# Peruskaava

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

Yhteenlaskukaavat

Kaksinkertaisen  
kulman kaavat

Sinin ja kosinin  
neliöt

Summat ja  
erotukset

$\tan(x/2)$ -kaavat

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

# Peruskaava

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

Yhteenlaskukaavat

Kaksinkertaisen  
kulman kaavat

Sinin ja kosinin  
neliöt

Summat ja  
erotukset

$\tan(x/2)$ -kaavat

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

# Peruskaava

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

Yhteenlaskukaavat

Kaksinkertaisen  
kulman kaavat

Sinin ja kosinin  
neliöt

Summat ja  
erotukset

$\tan(x/2)$ -kaavat

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \forall x \in \mathbb{C}$$

# Yhteenlaskukaavat

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

**Yhteenlaskukaavat**

Kaksinkertaisen  
kulman kaavat

Sinin ja kosinin  
neliöt

Summat ja  
erotukset

$\tan(x/2)$ -kaavat

►  $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

# Yhteenlaskukaavat

- ▶  $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
- ▶  $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$



- ▶  $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
- ▶  $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
- ▶  $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

# Kaksinkertaisen kulman kaavat

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

Yhteenlaskukaavat

**Kaksinkertaisen  
kulman kaavat**

Sinin ja kosinin  
neliöt

Summat ja  
erotukset

$\tan(x/2)$ -kaavat

# Kaksinkertaisen kulman kaavat

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

Yhteenlaskukaavat

**Kaksinkertaisen  
kulman kaavat**

Sinin ja kosinin  
neliöt

Summat ja  
erotukset

$\tan(x/2)$ -kaavat

►  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

# Kaksinkertaisen kulman kaavat

- ▶  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
- ▶  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

# Kaksinkertaisen kulman kaavat

- ▶  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
- ▶  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- ▶  $\phantom{\cos 2x} = 1 - 2 \sin^2 x$

# Kaksinkertaisen kulman kaavat

- ▶  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
- ▶  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- ▶  $\quad = 1 - 2 \sin^2 x$
- ▶  $\quad = 2 \cos^2 x - 1$

# Sinin ja kosinin neliöt

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

Yhteenlaskukaavat

Kaksinkertaisen  
kulman kaavat

**Sinin ja kosinin  
neliöt**

Summat ja  
erotukset

$\tan(x/2)$ -kaavat

# Sinin ja kosinin neliöt

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

Yhteenlaskukaavat

Kaksinkertaisen  
kulman kaavat

Sinin ja kosinin  
neliöt

Summat ja  
erotukset

$\tan(x/2)$ -kaavat

$$\blacktriangleright \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$



# Sinin ja kosinin neliöt

- ▶  $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$
- ▶  $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$

# Summat ja erotukset

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

Yhteenlaskukaavat

Kaksinkertaisen  
kulman kaavat

Sinin ja kosinin  
neliöt

**Summat ja  
erotukset**

$\tan(x/2)$ -kaavat

# Summat ja erotukset

Trigonometrian  
kaavat

Simo K. Kivelä

Peruskaava

Yhteenlaskukaavat

Kaksinkertaisen  
kulman kaavat

Sinin ja kosinin  
neliöt

**Summat ja  
erotukset**

tan(x/2)-kaavat

$$\blacktriangleright \sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

# Summat ja erotukset

- ▶  $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- ▶  $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

# Summat ja erotukset

- ▶  $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- ▶  $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
- ▶  $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

# Summat ja erotukset

- ▶  $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- ▶  $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
- ▶  $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- ▶  $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

# $\tan \frac{x}{2}$ -kaavat

$$t = \tan \frac{x}{2} :$$

# $\tan \frac{x}{2}$ -kaavat

$$t = \tan \frac{x}{2} :$$

$$\blacktriangleright \sin x = \frac{2t}{1+t^2}$$



# $\tan \frac{x}{2}$ -kaavat

$$t = \tan \frac{x}{2} :$$

$$\blacktriangleright \sin x = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\blacktriangleright \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

# $\tan \frac{x}{2}$ -kaavat

$$t = \tan \frac{x}{2} :$$

$$\blacktriangleright \sin x = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\blacktriangleright \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\blacktriangleright \tan x = \frac{2t}{1-t^2}$$