

Käyrän kuperuus

1/2

ESITIEDOT: ■ reaalifunktiot, ■ derivaatta

KATSO MYÖS: ■ derivointisäännöt, ■ alkeisfunktioiden derivaatat, ■ maksimit ja minimi

■ Sisältö

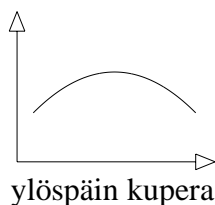
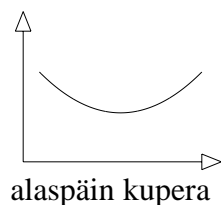
■ Hakemisto

Käyrän kuperuus

Samaan tapaan kuin ensimmäinen derivaatta kuvaa reaalifunktion kuvaajan nousemista tai laskemista, kuvaa toinen derivaatta kuvaajan kaartumisen suuntaa eli *kuperuutta*.

Jos funktion f toinen derivaatta on pisteessä x_0 positiivinen, $f''(x_0) > 0$, niin ensimmäinen derivaatta f' on kasvava funktio tämän pisteen ympäristössä, ts. käyrän tangentin kulmakerroin kasvaa. Tämä merkitsee, että kuljettaessa kuvaajaa pitkin kasvavan argumentin suuntaan kuvaaja kaartuu vasemmalle. Käyrän sanotaan tällöin olevan *kupera alaspäin*.

Vastaavasti jos $f''(x_0) < 0$, niin käyrä kaartuu oikealle eli on *kupera ylöspäin*.



■ derivaatta

■ funktio
(reaali-)

■ kuvaaja

■ derivaatta
(toinen)

■ kasvava
(funktio)

■ kasvava
(funktio)

■ käyrä (taso-)

■ tangentti
(suora)

■ kulmakerroin

Käyrän kuperuus

2/2

■ Sisältö

ESITIEDOT: ■ reaalifunktiot, ■ derivaatta

■ Hakemisto

KATSO MYÖS: ■ derivointisäännöt, ■ alkeisfunktioiden derivaatat, ■ maksimit ja minimi

Käännepiste

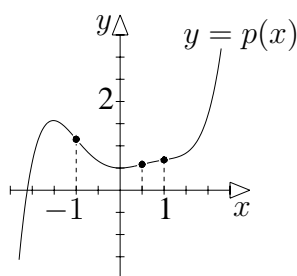
Piste, jossa käyrän kuperuussuunta vaihtuu, on *käännepiste*.

■ käyrä (taso-)

Oheinen kuvio esittää polynomin $p(x) = \frac{1}{10}x^5 - \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ käänne-

■ polynomi

pisteet.



Koska käyrä ei käännepisteessä ole kupera ylöspäin eikä myöskään alaspäin, on käännepiste välttämättä toisen derivaatan nollakohta. Toisella derivaatalla voi kuitenkin olla muitakin nollakohtia. Käännepisteiden x-koordinaatit ovat siten yhtälön $f''(x) = 0$ ratkaisujen joukossa, mutta kaikki ratkaisut eivät välttämättä liity käännepisteisiin.

■ derivaatta
(toinen)

Tilanne on vastaavanlainen kuin ensimmäisen derivaatan tapauksessa: Yhtälö $f'(x) = 0$ antaa *mahdolliset* ääriarvokohdat, yhtälö $f''(x) = 0$ *mahdolliset* kään-

■ ääriarvokohta

nepisteet. Jotta piste olisi käännepiste, täytyy toisen derivaatan merkin muuttua kohtaa ohi-

tettaessa. Esimerkki: Funktioilla x^3 ja x^4 on origossa toisen derivaatan nollakohta. Edelli-