
Matematiikan osa-alueet

Perinteisesti matematiikka on tapana jakaa kolmeen osa-alueeseen: *aritmetiikka* (lukuilla laskeminen), *algebra* (kirjaimilla laskeminen) ja *geometria*. Aritmetiikan ja geometrian juuret ovat vanhassa ajassa, algebra on arabialaista syntyperää.

Omaksi alakseen on 1700-luvulta lähtien erotettava (*matemaattinen*) *analyysi*, ts. differentiaali- ja integraalilaskenta. Myös *trigonometriaa* voidaan pitää omana alueenaan 1500-luvulta lähtien.

Tätä jakoa on noudatettu koulumaailmassa 1960-luvulle saakka: Laskennon (aritmetiikan) jälkeen opiskeltiin algebraa ja geometriaa jossain määrin erillisinä oppiaineina. Myös trigonometria muodosti oman kokonaisuutensa. Analyysia ei kouluissa opiskeltu kovinkaan laajalti ennen 1960-lukua.

Kun matematiikkaa tarkastellaan tieteenalana, on em. jako vanhentunut viimeistään viime vuosisadalla. Algebra ja geometria ovat sekoittuneet, lukuteoria on itsenäistynyt eikä ole osa aritmetiikkaa, kokonaan uusia alueita on syntynyt.

Matematiikkaa sellaisena kuin se tällä hetkellä on, kuvatkoon seuraava jaottelu, joka on peräisin laajimmalle levinneestä matematiikan referaattilehdestä *Mathematical Reviews*, jossa lyhyesti esitellään uudet tieteelliset julkaisut (artikkelit ja kirjat). Lehteä julkaisee *American Mathematical Society* (Yhdysvaltain matemaattinen yhdistys).

Mathematical Reviews -lehden ylimmän tason ryhmäjako

historia	kenta
matemaattinen logiikka	integraaliyhtälöt
joukko-oppi	funktionaalianalyysi
kombinatoriikka	operaattoriteoria
järjestysrelaatiot, lattiisit	variaatiolaskenta, optimaalinen säätö,
yleiset algebralliset systeemit	optimointi
lukuteoria	geometria
kuntateoria ja polynomit	konvekxi ja diskreetti geometria
kommutatiiviset renkaat ja algebrat	differentiaaligeometria
algebrallinen geometria	yleinen topologia
lineaarinen ja multilineaarinen algebra,	algebrallinen topologia
matriisit	monistot
assosiatiiviset renkaat ja algebrat	globaali analyysi, analyysi monistoilla
ei-assosiatiiviset renkaat ja algebrat	todennäköisyyslaskenta, stokastiset
kategoriateoria, homologinen algebra	prosessit
K -teoria	tilastotiede
ryhmäteoria	numeerinen analyysi
topologiset ryhmät, Lien ryhmät	tietojenkäsittelytiede
reaalifunktiot	massapistemekaniikka
mitta- ja integrointiteoria	kiinteiden kappaleiden mekaniikka
kompleksimuuttujan funktiot	nestemekaniikka
potentiaaliteoria	optiikka, sähkömagneettinen teoria
usean kompleksimuuttujan funktiot	termodynamiikka, lämmön siirtyminen
erikoisfunktiot	kvanttiteoria
tavalliset differentiaaliyhtälöt	statistinen mekaniikka, aineen rakenne
osittaisdifferentiaaliyhtälöt	suhteellisuus- ja gravitaatioteoria
äärelliset differenssit, funktionaaliyh-	tähtitiede ja astrofysiikka
tälöt	geofysiikka
jonot, sarjat, summautuvuus	taloustiede, operaatiotutkimus, peliteo-
approksimointi	ria
Fourier-analyysi	biologia, käyttäytymistieteet
abstrakti harmoninen analyysi	systeemi- ja säätöteoria
integraalimuunnokset, operaattorilas-	informaatio ja kommunikaatio

Matematiikan varhaishistoria

Matematiikan historia alkaa muinaisesta Egyptistä, Kaksoisvirranmaasta, Intiasta ja Kiinasta. Käytännölliset tehtävät kuten kauppa, maanmittaus ja hallinto vaativat laskutoimitusten suorittamista. Tätä varten kehitettiin sääntöjä, mutta nämä olivat mekaanisesti sovellettavia ohjeita, joiden perusteita ei yleensä pohdittu.

Matematiikka deduktiivisena tieteenä — jossa uudet tulokset loogisesti päätellään aiemmista — syntyi antiikin Kreikassa, jossa pääasiassa keskityttiin geometriaan. Kreikan matematiikassa on erotettavissa kaksi vaihetta, varhaisempi vuosien 600 – 100 eKr. välillä, myöhäisempi välillä 100 – 400 jKr. Edellinen keskittyi Aigeian meren äärelle, osittain Etelä-Italiaan, jälkimmäinen Aleksandriaan. Kreikan matematiikalla tarkoitetaan yleensä vanhalla ajalla kreikkalaisen kulttuurin piirissä eri puolilla Välimerä harjoitettua matematiikkaa.

■ geometria

Antiikin matematiikka hiipui viimeistään 600-luvulla islamilaisten vallattua Aleksandrian ja tuhottua sen kirjaston.

Keskiajalla matematiikan harjoitus kukoisti arabimaailmassa, aluksi 800-luvulla Bagdadissa, myöhemmin Persiassa ja Samarkandissa. Arabit omaksuivat vaikutteita muinaisen Kaksoisvirranmaan aritmetiikasta, kreikkalaisesta geometriasta ja intialaisesta matematiikasta. Intiasta on peräisin kantalukuun 10 perustuva paikka- (positio-) järjestelmä lukujen merkitsemisessä sekä numeromerkit, jotka tosin ovat muuntuneet moneen kertaan. Arabikulttuurin piirissä alkoi algebran kehitys.

■ positiiojärjestelmä

Arabikulttuurin saavutukset kulkeutuivat vähitellen myös Eurooppaan. 1100-luvulta lähtien käännettiin arabien ja myös antiikin kreikkalaisten teoksia. Laajemmin antiikin perinnöstä kiinnostuttiin renessanssiaikana 1400-luvulta lähtien.

Matematiikan historia renessanssiajasta lähtien

Renessanssiaikana Euroopassa tutustuttiin algebraan ja alettiin 1500-luvulla kehittää sitä edelleen. Se muotoutui tällöin tehokkaaksi kalkyyliksi ja mahdollisti jo antiikin aikana käsiteltyjen geometristen probleemojen uuden tarkastelun. Samaan aikaan kehittyi myös trigonometria.

1600-luku kytki lopullisesti algebran ja geometrian: syntyi analyyttinen geometria (Descartes). Monet matemaatikot tutkivat mm. pinta-alanmäärittystä ja käyrän tangenttien asettamista, mikä vuosisadan lopulla johti differentiaali- ja integraalilaskennan eli matemaattisen analyysin syntyyn (Newton, Leibniz).

1700-luku merkitsi analyysin kehitystä ja muokkaamista tehokkaaksi työkaluksi (erityisesti Euler). Vuosisadan lopussa ranskalaiset vallankumousajan matemaatikot saattoivat soveltaa analyysia jo moniin matemaattisen fysiikan probleemoihin.

1800-luvulla analyysin kehitys vei tarpeeseen paneutua huolellisemmin käsitteiden määrittelyyn ja yleensäkin matematiikan perusteisiin, mikä johti abstraktiotason nousuun. Algebra, lukuteoria, geometrian perusteiden tutkimus kehittyivät voimakkaasti. Joukko-oppi ja matemaattinen logiikka syntyivät. Alkoi myös kehittyä näkemys matematiikasta logiikkaan pohjautuvana työkaluna, joka tarjoaa abstrakteja malleja erilaisten luonnon- tai muiden ilmiöiden kuvaamiseen. Matemaatikkoja oli aiempaa enemmän ja uusia osa-alueita syntyi. Tieteenalan yhtenäisyys — yksi henkilö saattoi pääpiirteissään hallita alan — alkoi pirstoutua.

Kehitys on jatkunut samaan suuntaan 1900-luvulla.

1600-luvulta lähtien on analyysin tutkimuksen rinnalla kehittynyt numeerinen laskenta. Sen juurina ovat trigonometria ja logaritmit, mutta 1800-luvulta lähtien on syntynyt suuri määrä erilaisia numeerisia tekniikkoja, kehittäjinä usein luonnontieteiden ja tekniikan alojen soveltajat eivätkä niinkään varsinaiset matemaatikot. Tietokoneiden kehityksen myötä numeerinen analyysi on myös saavuttanut huomattavan korkean abstraktiotason ja yhteydet muihin matematiikan aloihin.

Numeerisen analyysin ohella todennäköisyyslaskenta on vähitellen kehittynyt 1600-luvulta lähtien. Se sai 1900-luvun alkupuolella täsmällisen perustansa, jolla on yhtymäkohdat moniin muihin matematiikan osa-alueisiin.

■ geometria
(analyttinen)

■ Descartes

■ Newton

■ Leibniz

■ Euler

■ joukko-oppi

■ logiikka

■ todennäköi-
syyslaskenta