
Sisällön pääryhmät

- Luvut
- Potenssit ja polynomit
- Yhtälöt ja epäyhtälöt
- Funktio
- Alkeisfunktiot
- Lukujonon ja funktion raja-arvo
- Derivaatta
- Integraali
- Geometrian peruskäsitteet
- Geometriset probleemat
- Kulma, kolmio, monikulmio ja -tahokas
- Käyrät ja pinnat
- Tangentti ja normaali, geometriset kuvaukset
- Pinta-aloja ja tilavuuksia
- Diskreettiä matematiikkaa
- Todennäköisyys
- Matematiikka tieteenä

- Kansisivu
- Tietosanakirjan taustat ja tekijät

Luvut

Reaaliluvut

- Reaalilukujoukko
- Luonnolliset luvut, kokonaisluvut, rationaaliluvut
- Irrationaaliluvut
- Desimaaliesitys
- Rationaali- ja irrationaalilukujen tiheys
- Algebralliset luvut ja transkendenttiluvut
- Reaaliluvun itseisarvo

Luku π

- Luvun π määritelmä
- Luvun π laskeminen alkeellisesti
- Sarjakehitelmiä luvulle π
- Luvun π historiaa

Neperin luku e

- Neperin luvun määritelmä
- Neperin luvun arvon laskeminen
- Neperin luvun historiaa

Summa ja tulo

- Laskulait
- Summamerkintä
- Tulomerkintä
- Summamerkinnällä laskeminen

Keskiarvo

- Aritmeettinen keskiarvo
- Geometrinen keskiarvo

Murtoluvut

- Murtoluvuilla laskeminen
- Esimerkki murtolukualgebrasta

Alkutekijät

- Alkuluvut
- Jaollisuussäännöt
- Suurin yhteinen tekijä ja pienin yhteinen jaettava
- Salakirjoitus

Lukujärjestelmät

- Kymmenjärjestelmä
- Muut lukujärjestelmät
- Esimerkkejä lukujärjestelmistä

Kompleksiluvut

- Kompleksitaso
- Kompleksilukujen yhteen- ja vähennyslasku
- Kompleksilukujen kertolasku
- Liittoluku; kompleksilukujen jakolasku
- Kompleksiluvun napakulma
- Kiertotekijä; Eulerin kaava

Potenssit ja polynomit

Potenssi

- Kokonaislukupotenssit
- Murtopotenssit
- Irrationaalinen potenssi
- Negatiivisten ja kompleksilukujen potenssit

Juuret

- Juuret
- Juurifunktiot
- Juurifunktion määritelmän laajennus

Polynomit

- Polynomi
- Binomikaava
- Polynomien jakolasku
- Polynomifunktio

Polynomien tekijöihin jako

- Polynomien alkeellinen tekijöihin jako
- Reaali- ja kompleksikertoiminen tekijöihin jako
- Tekijöihin jako polynomin nollakohtien avulla
- Polynomin nollakohdat ja kertoimet

Yhtälöt ja epäyhtälöt

Yhtälöt

- Yhtälö
- Yhtälöiden sieventäminen
- Eri tyyppisiä yhtälöitä

Polynomiyhtälöt

- Ensimmäisen ja toisen asteen yhtälöt
- Korkeampien asteiden yhtälöt
- Algebran peruslause

Juuriyhtälöt

- Juuriyhtälön ratkaiseminen
- Esimerkki juuriyhtälön ratkaisusta

Itseisarvoyhtälöt

- Itseisarvoyhtälön ratkaiseminen
- Itseisarvoyhtälön ratkaiseminen tapa 1
- Itseisarvoyhtälön ratkaiseminen tapa 2
- Graafinen esitys itseisarvoyhtälön ratkaisemisessa

Transkendenttiyhtälöt

- Transkendenttiyhtälöt

Yhtälöryhmät

- Yhtälöryhmä
- Yhtälöryhmän ratkaiseminen
- Esimerkki 1 yhtälöryhmän ratkaisemisesta
- Esimerkki 2 yhtälöryhmän ratkaisemisesta
- Esimerkki 3 yhtälöryhmän ratkaisemisesta
- Esimerkki 4 yhtälöryhmän ratkaisemisesta

Epäyhtälöt

- Epäyhtälö
- Epäyhtälöiden ratkaiseminen
- Esimerkki 1 epäyhtälöistä
- Esimerkki 2 epäyhtälöistä
- Esimerkki 3 epäyhtälöistä
- Esimerkki 4 epäyhtälöistä
- Esimerkki 5 epäyhtälöistä

Funktio

Funktiokäsite

- Funktiokäsitteen määrittely
- Esimerkkejä funktioista
- Surjektio, injektio, bijektio
- Yhdistetty funktio
- Käänteisfunktio
- Funktion kuvaaja

Reaalifunktiot

- Reaalifunktion käsite; alkeisfunktiot
- Funktion kasvavuus ja vähenevyys
- Funktion jaksollisuus; parillisuus ja parittomuus
- Reaalifunktion käänteisfunktio
- Käänteisfunktion kuvaaja

Alkeisfunktiot

Rationaalifunktiot

- Rationaalifunktion lauseke
- Asymptootit

Eksponenttifunktio

- Eksponenttifunktion määrittely ja perusominaisuudet
- Yleisen eksponenttifunktion lausuminen Neperin luvun avulla
- Eksponenttifunktio sovelluksissa

Logaritmifunktio

- Logaritmifunktion määrittely
- Logaritmin laskusäännöt
- Eksponentti- ja logaritmiyhtälöt
- Logaritmifunktion historiaa

Trigonometriset funktiot

- Trigonometriset funktiot suorakulmaisessa kolmiossa
- Trigonometrinen funktioiden tärkeät arvot
- Trigonometrinen funktioiden yleinen määrittely
- Trigonometrinen funktioiden perusominaisuudet
- Trigonometrinen funktioiden merkkikaaviot
- Trigonometrinen funktioiden kuvaajat
- Trigonometrinen funktioiden historiaa

Trigonometrian kaavat

- Ulkoa muistettavat peruskaavat
- Helposti johdettavat kaavat
- Trigonometrinen funktioiden lausuminen toistensa avulla
- Trigonometriset yhtälöt
- Esimerkki 1 trigonometrisesta yhtälöstä
- Esimerkki 2 trigonometrisesta yhtälöstä

Arcus-funktiot

- Arcus-funktioiden määritelmät
- Arcus-funktioiden kuvaajat; päähaarat ja sivuhaarat
- Arcus-funktioita koskevia kaavoja

Hyperbelifunktiot

- Hyperbelifunktioiden määrittely
- Ketjukäyrä ja katenoidi
- Hyperbelifunktiot ja trigonometriset funktiot
- Hyperboliset kaavat

Area-funktiot

- Area-funktioiden määritelmät
- Area-funktioiden kuvaajat
- Area-funktioiden lausuminen logaritmin avulla

Lukujonon ja funktion raja-arvo

Lukujonot

- Lukujonon käsite
- Eksplisiittisesti ja rekursiivisesti määritellyt lukujonot
- Aritmeettinen ja geometrinen jono

Lukujonon raja-arvo

- Esimerkki lukujonon raja-arvosta
- Lukujonon raja-arvon määritelmä
- Lukujonon suppeneminen ja hajaantuminen; raja-arvo ∞
- Lukujonon raja-arvon laskeminen
- Esimerkkejä lukujonojen raja-arvoista
- Lukujonojen standardiraja-arvoja
- Alaraja-arvo ja yläraja-arvo

Sarjat

- Sarjan käsite ja suppeneminen
- Esimerkki 1 sarjoista
- Esimerkki 2 sarjoista
- Geometrinen sarja

Funktion raja-arvo

- Esimerkki funktion raja-arvosta
- Funktion raja-arvon määritelmä
- Toispuoliset raja-arvot; raja-arvo ∞ ja raja-arvo äärettömydessä
- Funktioiden raja-arvon laskeminen
- Esimerkkejä funktioiden raja-arvoista
- Funktioiden standardiraja-arvoja

Funktion jatkuvuus

- Jatkuvuuden määritelmä
- Esimerkkejä funktioiden epäjatkuvuuksista: hyppyepäjatkuvuus
- Lisäesimerkkejä funktioiden epäjatkuvuuksista

Derivaatta

Derivaatta

- Derivaatan määritelmä
- Derivoituvuus
- Differentiaali
- Korkeammat derivaatat
- Esimerkkejä derivaatan laskemisesta erotusosamäärän raja-arvona
- Derivaatan historiaa

Derivointisäännöt

- Summan, vakiokerrannaisen, tulon ja osamäärän derivaatta
- Yhdistetyn funktion derivaatta
- Käänteisfunktion derivointi
- Implisiittinen derivointi

Alkeisfunktioiden derivaatat

- Luettelo derivaatoista
- Derivaattojen johtamisesta: standardiraja-arvojen käyttö
- Derivaattojen johtamisesta: käänteisfunktiot

Maksimit ja minimi

- Funktion kasvavuus ja vähenevyys; paikalliset ääriarvot
- Ääriarvon laadun tutkiminen
- Absoluuttinen maksimi ja minimi
- Esimerkki 1 maksimien ja minimien laskemisesta
- Esimerkki 2 maksimien ja minimien laskemisesta

Käyrän kuperuus

- Käyrän kuperuus
- Käännepiste

Nopeus ja kiihtyvyys

- Hetkellinen nopeus ja kiihtyvyys
- Esimerkki nopeuden laskemisesta

Newtonin iteraatio

- Newtonin iteraatiomenetelmän idea
- Newtonin iteraation kaavat
- Esimerkki Newtonin iteraatiosta
- Vaihtoehtoinen tapa johtaa iteraatiokaavat

Differentiaaliyhtälöt

- Differentiaaliyhtälön käsite
- Esimerkki 1 differentiaaliyhtälöistä
- Esimerkki 2 differentiaaliyhtälöistä

Integraali

Integraalifunktio

- Integraalifunktion käsite
- Suoria integrointikaavoja I
- Suoria integrointikaavoja II
- Integraalifunktion jatkuvuudesta

Määrätty integraali

- Määrätyn integraalin määrittely
- Esimerkki 1 Riemannin summasta
- Esimerkki 2 Riemannin summasta
- Määrätyn integraalin ja integraalifunktion yhteys
- Määrätyn integraalin laskusäännöt
- Esimerkkejä määrätyn integraalin laskemisesta
- Ympyrän alan laskeminen integroimalla
- Määrätyn integraalin historiaa

Integroimistekniikkaa

- Sijoitusmenettely
- Esimerkkejä sijoitusmenettelystä I
- Esimerkkejä sijoitusmenettelystä II
- Osittaisintegrointi
- Esimerkkejä osittaisintegroinnista

Pinta-alojen ja tilavuuksien laskeminen

- Tasoalueen pinta-ala
- Esimerkki pinta-alan laskemisesta
- Tilavuuden laskeminen
- Esimerkki tilavuuden laskemisesta
- Pyörähdyspinnan ala
- Esimerkki pyörähdyspinnan alan laskemisesta

Massakeskipiste

- Massakeskipisteen määrittely
- Esimerkki massakeskipisteen laskemisesta

Hitausmomentti

- Hitausmomentin määrittely
- Esimerkki hitausmomentin laskemisesta

Geometrian peruskäsitteet

Geometria

- Geometrian synty
- Paralleeliaksioma; erilaisia geometrioita
- Euklidinen ja epäeuklidinen geometria
- Projektiivinen geometria

Koordinaatistot

- Koordinaatiston ja koordinaattien käsite
- Suorakulmainen koordinaatisto tasossa
- Suorakulmainen koordinaatisto avaruudessa
- Tason napakoordinaatisto
- Lieriökoordinaatit
- Pallokoordinaatit

Vektori

- Vektorikäsite
- Vektorien yhteenlasku ja skalaarilla kertominen
- Vektorit koordinaatistossa

Vektorialgebra

- Skalaaritulo
- Vektorin komponentti
- Vektoritulo
- Vektoritulon laskeminen
- Kolmitulot

Determinantti

- Determinantti

Piste

- Pisteen identifiointi
- Pisteen paikkavektori erilaisissa koordinaatistoissa
- Kahden pisteen etäisyys

Suora

- Suora geometrisena peruskäsitteenä
- Suoran vektoriesitys
- Suoran yhtälö
- Suoran kulmakerroin
- Kulmakertoimen laskeminen

Taso

- Taso geometrisena peruskäsitteenä
- Tason vektoriesitys
- Tason yhtälö
- Koordinaattiakselien ja -tasojen suuntaiset tasot
- Suora kolmiulotteisessa avaruudessa

Geometriset probleemat

Geometriset probleemat

- Geometrysten probleemojen tyypit
- Geometrysten probleemojen ratkaisumenetelmät

Synteettistä geometriaa

- Esimerkki 1 synteettisestä geometriasta
- Esimerkki 2 synteettisestä geometriasta

Analyyttistä geometriaa

- Esimerkki 1 analyttisestä geometriasta
- Esimerkki 2 analyttisestä geometriasta

Vektorigeometriaa

- Esimerkki 1 vektorigeometriasta
- Esimerkki 2 vektorigeometriasta
- Esimerkki 3 vektorigeometriasta

Algebralliset menetelmät geometriassa

- Esimerkki 1 algebrallisista menetelmistä geometriassa
- Esimerkki 2 algebrallisista menetelmistä geometriassa
- Esimerkki 3 algebrallisista menetelmistä geometriassa

Kulma, kolmio, monikulmio ja -tahokas**Kulma**

- Tasokulma
- Kulman mittaaminen
- Avaruuskulma
- Diedrikulma

Kolmio

- Kolmio: perusominaisuudet
- Tasakylkinen, tasasivuinen, suorakulmainen kolmio
- Kolmioiden yhtenevyys
- Yhtenevyyslauseet I
- Yhtenevyyslauseet II
- Kolmioiden yhdenmuotoisuus
- Yhdenmuotoisuuslauseet
- Kulmanpuolittajat ja keskijanat
- Korkeusjanat ja keskinormaalit
- Sinilause ja kosinilause
- Sini- ja kosinilauseen todistamisesta

Pythagoraan lause

- Pythagoraan lause
- Muistikolmiot
- Pythagoraan lauseen historiaa

Monikulmiot

- Monikulmio
- Avaruusmonikulmio
- Säännölliset monikulmiot
- Säännöllisten monikulmioiden laskemisesta
- Laatoituksista

Monitahokkaat

- Monitahokas
- Säännölliset monitahokkaat
- Symmetrisistä monitahokkaista
- Säännöllisiä monitahokkaita on vain viisi

Käyrät ja pinnat

Käyrä

- Tasokäyrä
- Parametriesityksen muodostaminen
- Avaruuskäyrä
- Käyrän tangentti

Pinta

- Pinnan esitysmuodot
- Esimerkkejä pintojen parametriesityksistä

Ympyrä

- Ympyrä ja sen yhtälö
- Ympyrän parametriesitys
- Sektori ja segmentti
- Kehäkulma
- Tangenttikulma
- Pisteiden potenssi

Pallo

- Pallon yhtälö
- Pallon tasoleikkaukset
- Geodeettiset viivat; pallokolmiot

Kartio ja lieriö

- Kartio
- Katkaistu kartio
- Lieriö

Toisen asteen käyrät

- Toisen asteen käyrä
- Ellipsi
- Hyperbeli
- Liittohyperbeli ja asymptootit
- Paraabeli
- Kartioleikkaukset
- Kartioleikkausten napakoordinaattiyhtälöt

Toisen asteen pinnat

- Toisen asteen pinta
- Ellipsoidi
- Hyperboloidit
- Paraboloidit
- Lieriöt

Tangentti ja normaali, geometriset kuvaukset

Tangentti ja normaali

- Sekantti ja tangentti
- Tangenttitaso
- Normaali
- Projektio

Geometriset kuvaukset

- Geometrinen kuvaus
- Euklidiset kuvaukset: siirto ja kierto
- Euklidiset kuvaukset: peilaus ja skaalaus
- Projektiokuvaukset
- Aksonometria; perspektiivikuvat
- Mandelbrotin joukko
- Mandelbrotin joukon kuva

Pinta-aloja ja tilavuuksia

Pinta-aloja ja tilavuuksia

- Laskemisesta ja määrittelystä
- Tasokuviot
- Kappaleet I
- Kappaleet II

Diskreettiä matematiikkaa

Joukko-oppi

- Joukon käsite
- Osajoukko
- Joukkoalgebraa
- Reaalilukujoukon välit

Logiikka

- Formaali logiikka
- Propositiologiikka
- Esimerkki: epäsuora todistus
- Predikaattilogiikka
- Logiikka ja matematiikka

Matemaattinen induktio

- Induktion periaate
- Esimerkki matemaattisesta induktiosta

Lukumäärän laskeminen

- Samapituisten merkkijonojen lukumäärä I
- Samapituisten merkkijonojen lukumäärä II
- Joukon osajoukkojen lukumäärä
- Järjestysten eli permutaatioiden lukumäärä
- Järjestettyjen osajonojen lukumäärä
- p -alkioisten osajoukkojen eli kombinaatioiden lukumäärä
- Toisiaan leikkaavien joukkojen alkioiden lukumäärä

Binomi- ja multinomikertoimet

- Kertoma
- Binomikertoimet
- Pascalin kolmio
- Multinomikertoimet

Todennäköisyys**Todennäköisyyslaskenta**

- Todennäköisyyslaskennan peruskäsitteet
- Todennäköisyysfunktio P
- Esimerkkejä kombinatorisesta todennäköisyyslaskennasta
- Ehdollinen todennäköisyys
- Tapahtumien riippumattomuus
- Stokastinen muuttuja
- Todennäköisyyslaskennan historiaa

Todennäköisyysjakaumat

- Diskreetit jakaumat
- Jatkuvat jakaumat
- Kertymäfunktio
- Jakauman tunnusluvut
- Normaalijakauma

Tilastomatematiikka

- Tilastodata
- Tilastodatan esittäminen
- Datan tunnusluvut
- Matemaattinen tilastotiede
- Estimointi
- Tilastollinen testaus
- Korrelaatio
- Korrelaatiokerroin

Matematiikka tieteenä

Matematiikan merkinnät

- Yleistä matematiikan merkinnöistä
- Kreikkalaiset kirjaimet

Matematiikka

- Matematiikan osa-alueet
- Mathematical Reviews -lehden ylimmän tason ryhmäjako
- Matematiikan varhaishistoria
- Matematiikan historia renessanssijasta lähtien

Matemaatikot

- Vanha aika, ennen Kristusta
- Vanha aika, jälkeen Kristuksen
- Keskiaika
- 1500-luku
- 1600-luvun alkupuoli
- 1600-luvun puoliväli
- 1600-luvun loppupuoli
- Valistusaika (1700-luku)
- Ranskan vallankumouksen ja Napoleonin aika
- 1800-luvun puoliväli
- 1800-luvun loppupuoli
- Vuosisadan vaihde 1800 – 1900
- 1900-luvun alku
- 1900-luvun puoliväli
- Kirjallisuutta