

Vektorikäsite

Jos kahta pistettä A ja B yhdistävälle janalle AB annetaan suunta, so. sovitaan, että toinen pisteistä on janan alkupiste ja toinen sen loppupiste, saadaan *suunta-jana*. ■ jana

Kaksiulotteisessa tasossa tai kolmiulotteisessa avaruudessa samanpituisten ja samansuuntaisten suuntajanojen joukkoa sanotaan *vektoriksi*. Jokainen suuntajanoista on kyseisen vektorin *edustaja*. Suuntajanan AB määräämää vektoria merkitään \overrightarrow{AB} .

Vektoreita merkitään myös yhdellä symbolilla joko siten, että symbolin päälle kirjoitetaan viiva tai nuoli, tai varsinkin ladotussa tekstissä lihavoituna. Esimerkiksi: $\overrightarrow{AB} = \vec{a} = \vec{a} = \mathbf{a}$. (Tässä tekstissä käytössä on lihavointi.)

Vektorin *pituutta*, so. vastaavan suuntajanan pituutta merkitään joko itseisarvo-merkeillä tai jättämällä symbolista nuoli tai lihavointi pois. Vektorin \mathbf{a} pituus on siten $|\mathbf{a}| = |\vec{a}| = |\vec{a}| = a$.

Suuntajanan alkupiste ja loppupiste voivat myös yhtyä. Tällöin suuntajanan sanotaan edustavan *nollavektoria*. Tämän pituus on siis $= 0$ ja suunta on määräämätön.

Yksikkövektori on vektori, jonka pituus $= 1$. Vektorin \mathbf{a} suuntaista yksikkövektoria merkitään \mathbf{a}^0 .

Geometrisissa tehtävissä vektorit piirretään yleensä nuolina, ts. piirretään vektoria edustavia suuntajanoja. Koska vektorille olennaista on vain pituus ja suunta, voidaan sijainti, esimerkiksi alkupiste valita vapaasti.

Sovelluksissa vektoreilla kuvataan suureita, joilla on paitsi suuruus myös suunta. Tällaisia ovat esimerkiksi fysiikassa nopeus, kiihtyvyys, vääntömomentti, sähkökentän voimakkuus, jne. ■ nopeus
■ kiihtyvyys

Edellä esitetty määrittely koskee ns. geometrisia vektoreita. Käsitettä käytetään matematiikassa kuitenkin myös paljonkin yleisemmässä merkityksessä. Hieman yksinkertaistaen voidaan sanoa, että vektori on *skalaarin* vastakohta. Skalaari taas tarkoittaa lukua; skalaarisuure on yhdellä luvulla kuvattavissa oleva suure. Vektori on siten jotakin, mitä ei voida kuvata yhdellä luvulla. Lisäksi vektoreilta edellytetään, että niillä voidaan laskea tiettyjen laskusääntöjen mukaisesti.

Vektori

ESITIEDOT: ■ koordinaatistot

KATSO MYÖS: ■ vektorialgebra

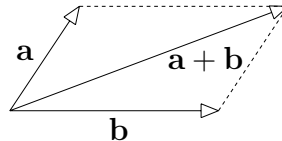
2/3

■ Sisältö

■ Hakemisto

Vektorien yhteenlasku ja skalaarilla kertominen

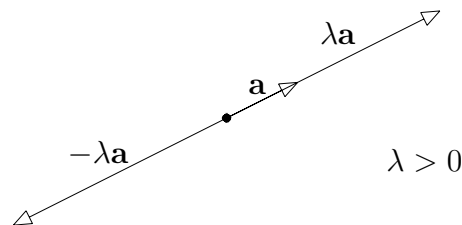
Kaksi tason tai avaruuden vektoria \mathbf{a} ja \mathbf{b} lasketaan yhteen siten, että niiden suuntajana asetetaan alkamaan samasta pisteestä ja summavektorin $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ edustajana oleva suuntajana muodostetaan syntyvän suunnikkaan lävistäjänä oheisen kuvion mukaisesti:



■ yhteenlasku
(yleensä)

Vektori \mathbf{a} kerrotaan skalaarilla eli reaalityyppillä λ siten, että sen pituus kerrotaan itseisarvolla $|\lambda|$ ja suunta säilyy samana, jos $\lambda > 0$, tai kääntyy vastakkaiseksi, jos $\lambda < 0$. Jos $\lambda = 0$, tuloksena on nollavektori. Vektorin \mathbf{a} skalaarikerrannasta merkitään $\lambda \mathbf{a}$.

■ kertolasku
(yleensä)



Vektoreiden yhteenlasku ja skalaarilla kertominen noudattavat kaikkia tavallisia laskusääntöjä: Yhteenlasku on vaihdannaista ja liitännäistä, ts. laskettaessa yhteen useita vektoreita ei järjestyksellä tai vektoreiden ryhmittelyllä (sulkujen käytöllä) ole merkitystä. Skalaarilla kertominen noudattaa osittelulakeja, jne.

■ vaihdannaisuus
■ liitännäisyys
■ osittelulaki

Vektori

ESITIEDOT: ■ koordinaatistot

KATSO MYÖS: ■ vektorialgebra

3/3

■ Sisältö

■ Hakemisto

Vektorit koordinaatistossa

Suorakulmaisen xy-koordinaatiston tai avaruudessa xyz-koordinaatiston koordinaattiakselien positiiviseen suuntaan osoittavia yksikkövektoreita kutsutaan *kantavektoreiksi*. Nämä ovat siis pituudeltaan $= 1$ ja toisiaan vastaan kohtisuoria. Kantavektoreiden symboleina käytetään \mathbf{i} , \mathbf{j} ja avaruudessa lisäksi \mathbf{k} .

Yhteenlasku ja skalaarilla kertominen mahdollistavat vektorien jakamisen koordinaattiakselien suuntaisiin *komponentteihin*. Esimerkiksi pisteestä $P = (2, -3, 1)$ alkava ja pisteeseen $Q = (5, -5, 2)$ päättyvä suuntajana määrää vektorin, joka voidaan lausua summana kantavektoreiden suuntaisista komponenteista:

$$\overrightarrow{PQ} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}.$$

Komponentit voivat luonnollisesti olla muunkinlaisia kuin koordinaattiakselien suuntaisia. Esimerkiksi fysikaalisessa sovelluksessa, jossa tarkastellaan kaltevalla tasolla olevaa kappaletta, on voimavektorit luonnollista jakaa tason suuntaisiin ja sitä vastaan kohtisuoriin komponentteihin.

Muotoa

$$\lambda_1 \mathbf{a}_1 + \lambda_2 \mathbf{a}_2 + \lambda_3 \mathbf{a}_3$$

olevaa lauseketta kutsutaan vektoreiden \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , \mathbf{a}_3 *lineaariyhdistelyksi*.

■
koordinaatisto
(xy-)

■
koordinaatisto
(xyz-)

■ piste