

Piste

ESITIEDOT: ■ vektori, ■ koordinaatistot

KATSO MYÖS: ■ geometria, ■ Pythagoraan lause, ■ vektorialgebra, ■ geometriset probleemit

1/3

■ Sisältö

■ Hakemisto

Pisteen identifiointi

Piste on yksinkertainen geometrinen peruskäsite. Sitä ei varsinaisesti voida määritellä. Eukleideen *Stoikheia*-teoksessa esittämä atomistinen määritelmä — piste on se, jolla ei ole osaa — ei oikeastaan ole määritelmä. Sehän ei luonnehdi käsitettä loogisessa mielessä aiemmin määriteltyjen käsitteiden avulla.

Käytännöllisissä tehtävissä voidaan tyytyä ajattelemaan pisteitä havainnollisen mielikuvan mukaisesti ulottuvuuksia vailla olevina kynän kärjen jälkinä.

Puhtaassa synteettisessä taso- tai avaruusgeometriassa, jossa geometrisia kuvioita tarkastellaan ilman algebrallisia apuvälineitä, pisteitä merkitään vain niiden *symboleilla*. Nämä ovat yleensä isoja latinalaisia kirjaimia: A, B, C, \dots, P, Q , jne.

Mikäli jokin piste kiinnitetään origoksi O , voidaan pisteet identifioida *paikkavektoreillaan*. Paikkavektorin edustajana on suuntajana, joka alkaa origosta ja päättyy ko. pisteeseen. Piste P voidaan siten antaa ilmoittamalla sen paikkavektori $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$.

Paikkavektoreiden käyttö mahdollistaa vektorialgebran käytön geometriassa.

Jos tasoon tai avaruuteen kiinnitetään origon lisäksi koordinaattiakselit, voidaan pisteet ilmaista *koordinaattien* avulla. Yleisimmin käytetään suorakulmaisia koordinaatteja, mutta mikäli tarkasteltava tilanne on tasossa ympyräsymmetrinen, avaruudessa pallo- tai lieriösymmetrinen, on luontevaa käyttää tason napakoordinaatteja, avaruuden pallo- tai lieriökoordinaatteja. Muunkinlaiset koordinaattijärjestelmät voivat tilanteen geometrian mukaan tulla kysymykseen.

Koordinaatteja käytettäessä voidaan geometriaan soveltaa ns. analyyttisen geometrian menetelmiä. Tällöin geometrisia olioita käsitellään niiden yhtälöiden avulla.

■ Eukleides

■ origo

■ origo

■ vektori

■ suuntajana

■ geometria
(vektori-)

■
koordinaatisto

■
koordinaatisto
(suorakulmainen)

■
koordinaatisto
(xy-)

■
koordinaatisto
(suorakulmainen)

■
koordinaatisto
(xyz-)

■
koordinaatisto
(oikeakätinen)

■
koordinaatisto
(napa-)

■
koordinaatisto
(lieriö-)

■
koordinaatisto
(pallo-)

■ geometria
(analyyttinen)

Piste

2/3

■ Sisältö

■ Hakemisto

ESITIEDOT: ■ vektori, ■ koordinaatistot

KATSO MYÖS: ■ geometria, ■ Pythagoraan lause, ■ vektorialgebra, ■ geometriset probleemat

Pisteen paikkavektori erilaisissa koordinaatistoissa

Jos pisteen koordinaatit tunnetaan, voidaan sen paikkavektori lausua näiden avulla. Esimerkiksi jos pisteen P suorakulmaiset xyz-koordinaatit ovat (x_0, y_0, z_0) , niin paikkavektori on

■

koordinaatisto
(xyz-)

$$\mathbf{r} = x_0 \mathbf{i} + y_0 \mathbf{j} + z_0 \mathbf{k}.$$

Jos piste on annettu pallokoordinaattien avulla, $(r_0, \vartheta_0, \varphi_0)$, voidaan suorakulmaiset koordinaatit lausua näiden avulla ja paikkavektoriksi saadaan

■

koordinaatisto
(pallo-)

$$\mathbf{r} = r_0 \cos \vartheta_0 \cos \varphi_0 \mathbf{i} + r_0 \cos \vartheta_0 \sin \varphi_0 \mathbf{j} + r_0 \sin \vartheta_0 \mathbf{k}.$$

Koska piste voidaan identifioida usealla eri tavalla, on tarpeen jotenkin ilmaista, milloin eri esitysmuodot tarkoittavat samaa pistettä. Jos pisteen P_0 paikkavektori on \mathbf{r}_0 , suorakulmaiset koordinaatit (x_0, y_0, z_0) ja pallokoordinaatit $(r_0, \vartheta_0, \varphi_0)$, voidaan merkitä

$$P_0 \hat{=} \mathbf{r}_0 \hat{=} (x_0, y_0, z_0) \hat{=} (r_0, \vartheta_0, \varphi_0).$$

Vakiintunut ei tämä merkintätapa kuitenkaan ole.

Piste

ESITIEDOT: ■ vektori, ■ koordinaatistot

KATSO MYÖS: ■ geometria, ■ Pythagoraan lause, ■ vektorialgebra, ■ geometriset probleemat

3/3

■ Sisältö

■ Hakemisto

Kahden pisteen etäisyys

Pisteiden $P_1 \hat{=} \mathbf{r}_1 \hat{=} (x_1, y_1, z_1)$ ja $P_2 \hat{=} \mathbf{r}_2 \hat{=} (x_2, y_2, z_2)$ välinen etäisyys on niiden yhdysjanan pituus. Tämä voidaan vektorialgebrallisesti ilmaista muodossa

$$|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| = \sqrt{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}$$

tai xyz-koordinaattien avulla

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}.$$

Tasotapaukseen päästään asettamalla z-koordinaatit = 0.

Perusteena etäisyyden lausekkeille on Pythagoraan lause.

■ pituus
(vektorin)

■ skalaaritulo

■
koordinaatisto
(xyz-)

■ Pythagoraan
lause