

Murtoluvut

ESITIEDOT:

KATSO MYÖS: ■ reaaliluvut, ■ summa ja tulo

1/2

■ Sisältö

■ Hakemisto

Murtoluvuilla laskeminen

Murtoluvut ovat muotoa $\frac{p}{q}$ olevia lukuja; tässä p on kokonaisluku ja $q \neq 0$ luonnollinen luku. Murtoluvun *osoittaja* on p ja *nimittäjä* q .

Kahta murtolukua pidetään samoina, jos toinen saadaan toisesta *laventamalla* tai *supistamalla*:

$$\frac{p}{q} = \frac{np}{nq},$$

missä n on kokonaisluku, $n \neq 0$. Murtoluku voidaan saattaa yksinkertaisimpaan muotoonsa supistamalla se osoittajan ja nimittäjän suurimmalla yhteisellä tekijällä.

Murtoluvut *lasketaan yhteen* (tai *vähennetään toisistaan*) saattamalla ensin niiden nimittäjät samoiksi. Yhteinen nimittäjä voi olla tällöin nimittäjien tulo, jolloin luvut on lavennettava toistensa nimittäjillä:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}.$$

Täten meneteltäessä nimittäjästä bd voi tulla tarpeettoman suuri ja summana saatava murtoluku onkin supistettavissa. Tarpeettoman suuret nimittäjät vältetään laventamalla luvut siten, että yhteiseksi nimittäjäksi saadaan nimittäjien pienin yhteinen jaettava.

Kaksi murtolukua *kerrotaan keskenään* kertomalla osoittajat keskenään, samoin nimittäjät keskenään:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Murtoluku *jaetaan* murtoluvulla kertomalla se jakajan käänteisluvulla:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

■ kokonaisluku

■ luonnollinen luku

■ rationaaliluku

■ suurin

yhteinen tekijä

■ pienin
yhteinen
jaettava

Esimerkki murtolukualgebrasta

Murtolausekkeita sievennettäessä sovelletaan murtolukujen laskusääntöjä — murtolukualgebraa — esimerkiksi seuraavaan tapaan:

$$\begin{aligned}
 & \left(1 + \frac{a}{b}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{b}{a+b} - 1\right) \left(\frac{b}{a-b} + 1\right)\right] \\
 = & \left(1 + \frac{a}{b}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{b}{a+b} - \frac{a+b}{a+b}\right) \left(\frac{b}{a-b} + \frac{a-b}{a-b}\right)\right] \\
 = & \left(1 + \frac{a}{b}\right)^2 \left(1 + \frac{-a}{a+b} \frac{a}{a-b}\right) \\
 = & \left(1 + \frac{a}{b}\right)^2 \left(1 + \frac{-a^2}{a^2 - b^2}\right) \\
 = & \left(\frac{b}{b} + \frac{a}{b}\right)^2 \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2} + \frac{-a^2}{a^2 - b^2}\right) \\
 = & \left(\frac{a+b}{b}\right)^2 \frac{-b^2}{a^2 - b^2} \\
 = & \frac{(a+b)^2}{b^2} \frac{-b^2}{a^2 - b^2} \\
 = & \frac{-(a+b)^2}{a^2 - b^2} \\
 = & \frac{-(a+b)^2}{(a-b)(a+b)} \\
 = & \frac{b+a}{b-a}.
 \end{aligned}$$