

KATSO MYÖS: ■ geometria, ■ synteettistä geometriaa, ■ analyyttistä geometriaa, ■ vektorigeometriaa, ■ algebralliset menetelmät geometriassa

---

## Geometristen probleemojen tyypit

*Geometriset probleemat* muodostuvat seuraavista päätyypeistä:

- On todistettava jotakin. Esimerkiksi on osoitettava, että minkä tahansa kolmion keskijanat leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka jakaa keskijanat suhteessa  $1 : 2$ ; tai on osoitettava, että säännöllisiä monitahokkaita on vain viisi.
- On konstruoitava jotakin. Sallitut geometriset välineet ovat tällöin perinteisesti viivoitin ja harppi. Esimerkiksi on etsittävä ne tason pisteet, joista annettu jana näkyy annetun kulman suuruudessa kulmassa; tai on piirrettävä ympyrä, joka kulkee kolmen annetun pisteen kautta.
- On laskettava jotakin. Esimerkiksi on laskettava pallon säteen ja pallon sisään asetetun säännöllisen tetraedrin särmän pituuden suhde; tai on laskettava kolmion kulmat, kun sivujen pituudet tunnetaan.

Konstruktioehtävissä viivoitin (jota saa käyttää vain kahden annetun pisteen kautta kulkevan suoran piirtämiseen) ja harppi ovat luonnollisia välineitä seuraavista syistä: Viivoitin tarvitaan geometrisen perusolion, suoran, piirtämiseen ja uusien pisteiden konstruointiin kahden suoran leikkauspisteinä. Harpin avulla voidaan piirtää yhtä pitkiä janoja. Se on pikemminkin väline pituuksien mittamiseen kuin ympyröiden piirtämiseen.

Pelkästään harpin avulla tapahtuvaa konstruktioehtävien ratkaisemista on myös tutkittu. Itse asiassa viivoitin onkin tarpeeton väline: Kaikki mikä voidaan konstruoida harpilla ja viivoittimella, voidaan konstruoida myös yksinomaan harpilla. Tällöin ei luonnollisestikaan voida piirtää suoraa, vaan suora katsotaan tunnetuksi, kun sen kaksi pistettä tiedetään.

Mielivaltaisen kulman jakoa kolmeen yhtä suureen osaan ei voida konstruoida harpilla ja viivoittimella; asian on 1500-luvun lopulla todistanut Franciscus Vieta. Jos välineistöä sen sijaan täydennetään sopivalla käyrällä, esimerkiksi tasasuuisella hyperbelillä, jako tulee mahdolliseksi.

■ Vieta

■ hyperbeli (xy-koordinaateissa)

## Geometriset probleemat

2/2

ESITIEDOT:

KATSO MYÖS: ■ geometria, ■ synteettistä geometriaa, ■ analyyttistä geometriaa, ■ vektorigeometriaa, ■ algebralliset menetelmät geometriassa

■ Sisältö  
■ Hakemisto

### Geometrysten probleemojen ratkaisumenetelmät

Menetelmät geometrysten probleemojen ratkaisemiseksi voidaan jakaa seuraaviin ryhmiin:

- Synteettisen, 'puhtaan' geometrian menetelmät, joissa ratkaisu perustuu perusobjektien — pisteiden, suorien ja tasojen — alkeisominaisuuksiin sekä viivoittimen ja harpin käyttöön. Alkeisominaisuudet luetellaan aksioomissa (jotka tässä yhteydessä voi tulkita 'itsestäänselvyyksiksi') ja näiden pohjalta edetään loogisen päättelyn tietä.
- Analyyttisen geometrian menetelmät, joissa geometrisia objekteja käsitellään niiden yhtälöiden avulla. Yhtälöiden käyttö johtaa algebrallisiin laskuihin.
- Vektorigeometrian menetelmät, joissa geometriset objektit esitetään vektoreiden avulla ja hyödynnetään vektorialgebraa.
- Suorien algebrallisten menetelmien käyttö, jolloin työkaluina ovat lähinnä Pythagoraan lause ja yhdenmuotoisten kuvioiden verrannollisuus.

■ piste  
■ suora  
■ taso  
■ aksiooma  
■ aksiooma  
■ yhtälö  
■ algebra  
  
■ vektori  
  
■ Pythagoraan lause  
■ yhdenmuotoisuus (kolmioiden)  
■ Eukleides  
■ Descartes  
  
■ Hamilton  
■ Gibbs

Historiallisesti vanhinta on synteettinen geometria; Eukleideen teos *Stoikheia* 300-luvulta eKr. käsittelee geometriaa tällä tavoin. Algebran ja yhtälöiden käytön geometriassa voidaan katsoa alkaneen vuonna 1637 ilmestyneestä ranskalaisen filosofin ja matemaatikon René Descartesin (latinalaisittain Cartesius) teoksesta *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences*, jossa oli noin 100 sivua käsittävä geometriaa koskeva liite. Vektorialgebra ja -geometria on nuorinta: ideat ovat peräisin irlantilaiselta matemaatikolta William Rowan Hamiltonilta, saksalaiselta Hermann Grassmannilta ja amerikkalaiselta Josiah Willard Gibbsiltä 1800-luvun puolesta välistä ja loppupuolelta.